

Übungen zu Experimentalphysik V
Wintersemester 2012/13
Prof. Karl Jakobs, Dr. Iacopo Vivarelli
Übungsblatt Nr. 5

Die Lösungen müssen bis 10 Uhr am Dienstag den 27.11.2012 in die Briefkästen im Erdgeschoss des Gustav-Mie-Hauses eingeworfen werden!

1. Altersbestimmung

Durch die Höhenstrahlung wird in der Atmosphäre das Isotop ^{14}C mit einer konstanten Rate erzeugt. Da ^{14}C mit einer Halbwertszeit von 5730 Jahren zerfällt, bildet sich in der Atmosphäre ein konstantes Verhältnis von ^{14}C zum stabilen Isotop ^{12}C . Dieses Verhältnis beobachtet man auch in allen Lebewesen, die den Kohlenstoff durch ihren Stoffwechsel aufnehmen. Die durch den Zerfall von ^{14}C hervorgerufene spezifische Aktivität beträgt 0.255 Bq pro Gramm Kohlenstoff in natürlichem, lebendem Gewebe. Sobald ein Lebewesen stirbt, nimmt die ^{14}C -Konzentration durch den radioaktiven Zerfall ab. Diese Tatsache nutzt man z.B. in der Archäologie zur Altersbestimmung.

- i. Aus welcher Zeit stammt eine Probe von 2 g Kohlenstoff mit einer Aktivität von 0.404 Bq?
- ii. Wieviele ^{14}C -Atome waren zu dieser Zeit in der Probe? Wieviele sind es jetzt?
- iii. Wie lange muss die Aktivität der Probe gemessen werden, um ihr Alter mit einem relativen statistischen Fehler von 1% zu bestimmen?

(3 Punkte)

(a) Gesteinsprobe

Eine Gesteinsprobe wurde chemisch aufbereitet und die Bestandteile in einem Massenspektrometer nachgewiesen. Dabei wurden pro Gramm Gestein $6.4 \cdot 10^{-8} \text{cm}^3$ Argon und $280 \cdot 10^{-9} \text{g}$ Kalium gefunden. Welche Zeit ist vergangen, seit diese Menge ^{40}Ar aus ^{40}K gebildet wurde ($t_{1/2} = 1.28 \cdot 10^9 \text{a}$)? Beachten Sie, dass das ^{40}K mit einer Isotopenhäufigkeit von 0.0118% vorliegt und sowohl durch β^- -Zerfall als auch durch K-Einfang zerfallen kann. Die totale Zerfallskonstante beträgt $\lambda = \lambda_\beta + \lambda_{E_K} = 5.32 \cdot 10^{-10} \text{a}^{-1}$ und das Verhältnis $\lambda_{E_K}/\lambda_\beta = 0.123$.

(3 Punkte)

2. Form des β -Spektrums

- (a) Zeigen Sie, dass die Zustandsdichte im Phasenraum mit einem Raumvolumen V gegeben ist durch

$$\frac{dN}{dp} = \frac{V}{2\pi^2 \hbar^3} p^2$$

(Tipp: Beachten Sie, dass aufgrund der Heisenberg'schen Unschärferelation ein Teilchen im Phasenraum ein minimales Volumen einnehmen muss.)

(2 Punkte)

- (b) Zeigen Sie, dass ausgehend von *Fermi's Goldener Regel* die Form des Elektron-Impulsspektrums $N(p)$ beim β -Zerfall gegeben ist durch:

$$N(p) \cdot dp = \frac{1}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} |H_{fi}|^2 \cdot p^2 \cdot (E_0 - E)^2 dp$$

Hierbei stellen p und E den Impuls und die Energie des Elektrons dar, E_0 sei die zur Verfügung stehende kinetische Gesamtenergie, die auf das Elektron und das Neutrino aufgeteilt wird. Die Ruhemasse des Neutrinos soll zu Null gesetzt werden.

(2 Punkte)

(c) Zeigen Sie, daß die Form des Energiespektrums gegeben ist durch:

$$N(\epsilon) \cdot d\epsilon = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} |H_{fi}|^2 \cdot \epsilon \sqrt{\epsilon^2 - 1} (\epsilon_0 - \epsilon)^2 d\epsilon$$

wobei ϵ als Verhältnis der Gesamtenergie zur Ruheenergie des Elektrons mit der Masse m_e ist: $\epsilon = E/m_e c^2$.

(1 Punkt)

3. γ -Absorption

Ein (hypothetisches) Teilchen der Ruhemasse m habe einen angeregten Zustand mit der Anregungsenergie ΔE , der durch Absorption von γ -Quanten erreicht werden kann. Dabei sei $\Delta E/c^2$ nicht notwendigerweise klein im Vergleich zu m . Bestimmen Sie die Resonanzenergie E_γ , bei der der Grundzustand in den angeregten Zustand übergehen kann.

(2 Punkte)