

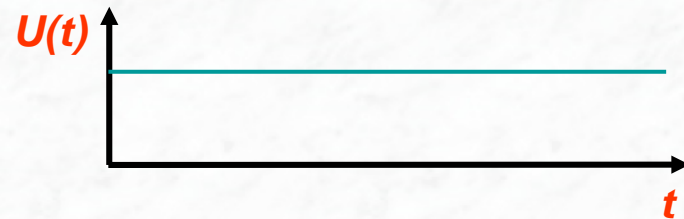
Elektronik: Einführung und Grundlagen

- 1.1 Strom und Spannung
- 1.2 Der Ohmsche Widerstand
- 1.3 Widerstandsnetzwerke
- 1.4 Kondensatoren und RC-Netzwerke
- 1.5 Induktivitäten und RL-Netzwerke
- 1.6 Komplexe Widerstände, Impedanzen
- 1.7 RC- und RLC-Netzwerke

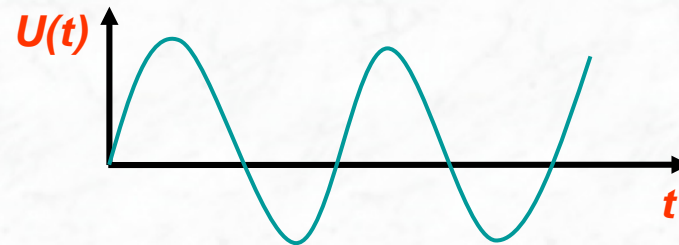
1.1 Strom und Spannung

- Die Elektronik beschäftigt sich mit der Verarbeitung von elektrischen Strömen I und Spannungen U .
- Diese Signale sind im allgemeinen nicht konstant, sondern ändern sich mit der Zeit t
- Beispiele:

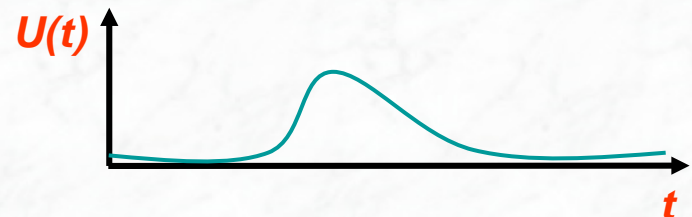
Gleichspannung



Wechselspannung (periodisch)

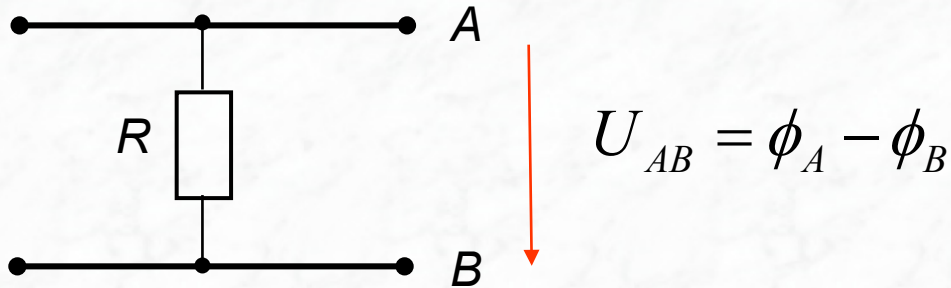


Puls oder Pulsfolge



Definition der *Spannung*

- Potentialdifferenz U_{AB} gemessen zwischen zwei Punkten **A** und **B** einer Schaltung

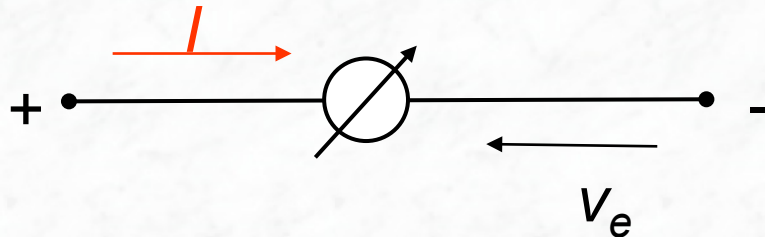


$$U_{AB} = \phi_A - \phi_B$$

- $U_{AB} > 0$ falls am Punkt **A** das Potential positiver ist als am Punkt **B**
- Wenn eine Ladung q vom Punkt **A** zum Punkt **B** gebracht wird, wird die Arbeit $W = q U$ geleistet
- **Einheit der Spannung: Volt** $[U] = V$
- Bereich der in der Elektronik abgedeckt wird: $1 \mu V$ bis $1 kV$
- Erzeugung von Spannungen: (Arbeit wird investiert, Ladungen verschoben)
 - Batterie (elektro-chemisch)
 - Generator (elektro-magnetisch)
 - Solarzelle (Licht)

Definition von *Strom*

- Bewegung von Ladungen (meist Elektronen) aufgrund einer Potentialdifferenz

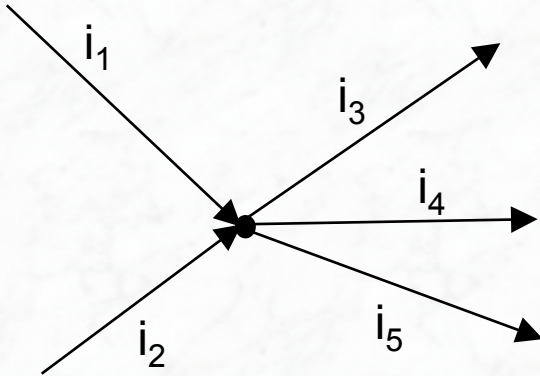


$$I := \Delta Q / \Delta t = \text{Ladung} / \text{Zeit}$$

- Die Richtung des Stroms geht vom höheren zum niedrigeren Potential (**technische Stromrichtung**) und ist daher der Bewegung der Elektronen in einem Leiter entgegengesetzt
- Einheit: Ampère $[I] = 1 \text{ A} = 1 \text{ C/sec}$
- Typischer Arbeitsbereich in der Elektronik: $1 \text{ nA} = 10^{-9} \text{ A}$ bis 100 A
- Erzeugung von Strömen: Anlegen einer Spannung z.B. an einen Widerstand
- Verbrauchte Leistung in einem Stromkreis: $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta Q \cdot U}{\Delta t} = I \cdot U$
Diese wird abgegeben in Form von
 - Wärme
 - mechanischer Arbeit (Motor)
 - Licht
 - ...

Die Kirchhoffschen Gesetze:

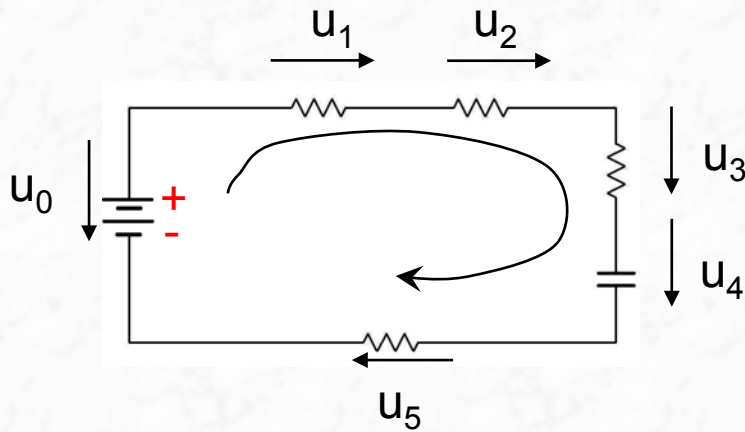
Knotenregel der Ströme:



Die Summe der in einen Knotenpunkt (Verzweigungspunkt von Leitungen) einfließenden Ströme ist gleich der Summe der auslaufenden Ströme. (Ladungserhaltung)

$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

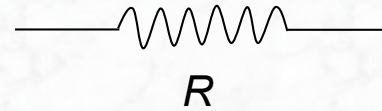
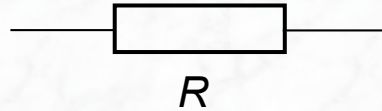
Maschenregel der Spannungen: Die Summe der Spannungsabfälle in einer geschlossenen Schleife ist Null.



$$-u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 0$$

1.2 Der Ohmsche Widerstand

- Symbol:



- Das Anlegen einer Spannung an einen metallischen Leiter verursacht das Fließen eines Stroms
- Zwischen dem Strom I und der Spannung U besteht ein linearer Zusammenhang

$$U = R \cdot I$$

- Die Proportionalitätskonstante R wird als *elektrischer Widerstand* bezeichnet (Ohmsches Gesetz)
- Der Widerstand hängt von der Länge, dem Querschnitt des Leiters und dem materialabhängigen *spezifischen Widerstand* ρ ab

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

- Der *spezifische Widerstand* ist temperaturabhängig, für Metalle steigt er mit der Temperatur an

- Einheit: Ohm $[R] = 1 \Omega = 1 \text{ V/A}$
- Wertebereich: 1 m Ω bis 1 G Ω

Verfügbare Widerstände

- Widerstandsreihen: E3, E6, E12, E24 etc
- Bestimmung der Werte in der E6-Reihe: n-te Wert der Reihe ergibt sich zu

$$R_n = \sqrt[6]{10^{n-1}}$$

⇒ 1,0 1,5 2,2 3,3 4,7 6,8 ... mit 20% Genauigkeit
(6 Widerstandswerte innerhalb einer Dekade)

- Bestimmung der Werte in der E24-Reihe: n-te Wert der Reihe ergibt sich zu

$$R_n = \sqrt[24]{10^{n-1}}$$

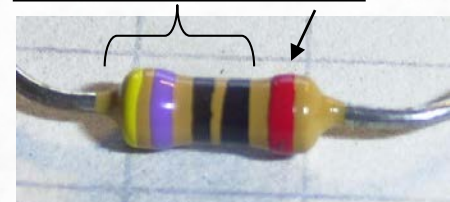
⇒ 1,0 1,1 1,2 1,3 1,5 1,6 1,8 2,0 2,2 2,4 2,7 3,0 3,3 9,1
mit 5% Genauigkeit, 24 Widerstandswerte innerhalb einer Dekade

- Kodierung

3 Ring Code 5%



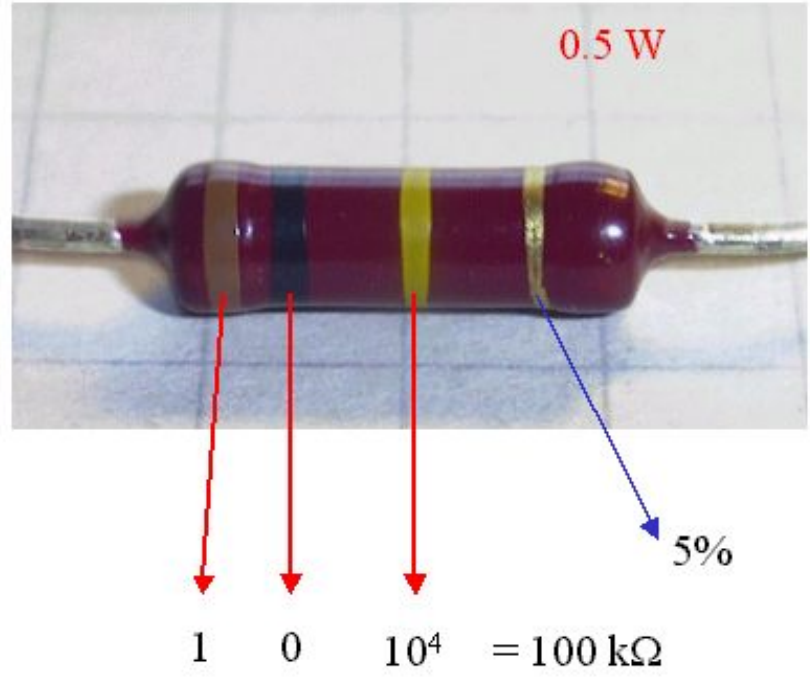
4 Ring Code 2%



Standard Farbcodes

schwarz		0
braun		1
rot		2
orange		3
gelb		4
grün		5
blau		6
violett		7
grau		8
weiss		9
gold		5%
silber		10%
rot		2%

Beispiel eines 100 kΩ 5% Widerstands



- 1. und 2. Farbring: Widerstandswert
- 3. Farbring: Zehnerpotenz
- 4. Farbring: Toleranz

- **Ausführung von Widerständen:**

1. **Draht:** hohe Belastbarkeit, sehr hohe Stabilität und Genauigkeit erreichbar, geringe Temperaturabhängigkeit ($10^{-4}/K$)
2. **Kohleschicht:** sehr günstig herstellbar (meist 5% Genauigkeit), sehr hohe Werte erreichbar (bis $G\Omega$), geringe Temperaturabhängigkeit
3. **Metallschicht:** hohe Genauigkeit (0,1 bis 2%), geringe Temperaturabhängigkeit, sehr geringe Induktivität

- **Verlustleistung in Widerständen**

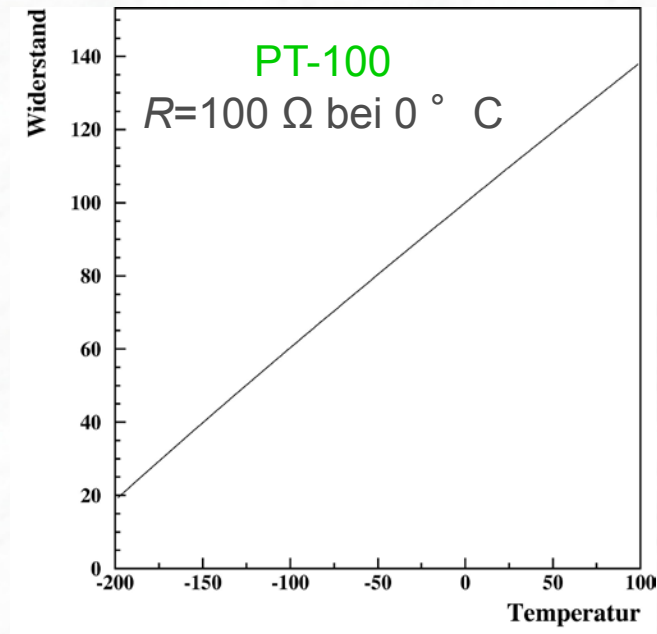
$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

Standardwerte: 1/8, 1/4, 1/2 und 1 Watt

Drahtwiderstände auch für hohe Verlustleistungen erhältlich!

Widerstand als Thermometer

- Einige Materialien weisen starke Temperaturabhängigkeiten auf
z.B. Platinwiderstände: $4 \cdot 10^{-3} \Omega/\text{K}$



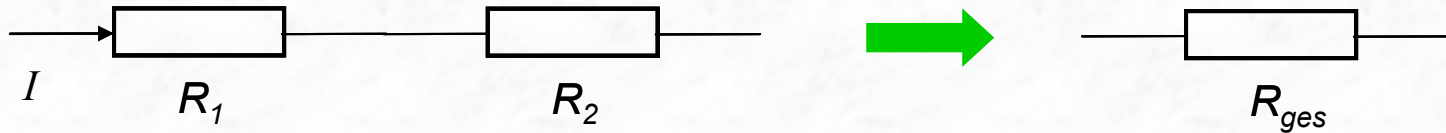
$$R(T) = 100 \cdot \left[1 + 3.91 \cdot 10^{-3} \cdot T - 5.78 \cdot 10^{-7} \cdot T^2 - 4.18 \cdot 10^{-12} \cdot (T - 100) \cdot T^3 \right]$$

Messung des Widerstands \rightarrow Temperatur

Anwendungsbereich: $-200^{\circ}\text{C} < T < 500^{\circ}\text{C}$

1.3 Schaltungen mit Widerständen

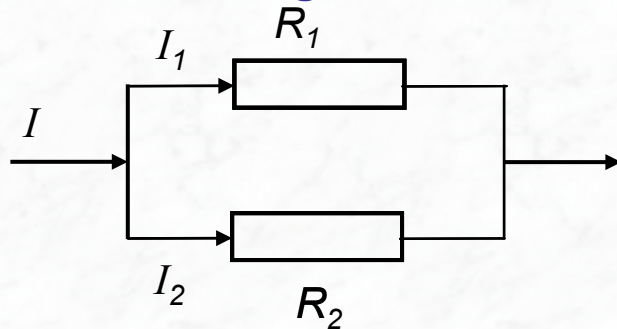
(i) Reihenschaltung



$$I = \text{const.}$$

$$U = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I = (R_1 + R_2) \cdot I = R_{\text{ges}} \cdot I$$

(ii) Parallelschaltung



$$I = I_1 + I_2$$

$$U_1 = R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2 = U_2 = U = R_{\text{ges}} \cdot I$$

$$\Rightarrow R_{\text{ges}} = \frac{U}{I_1 + I_2}$$

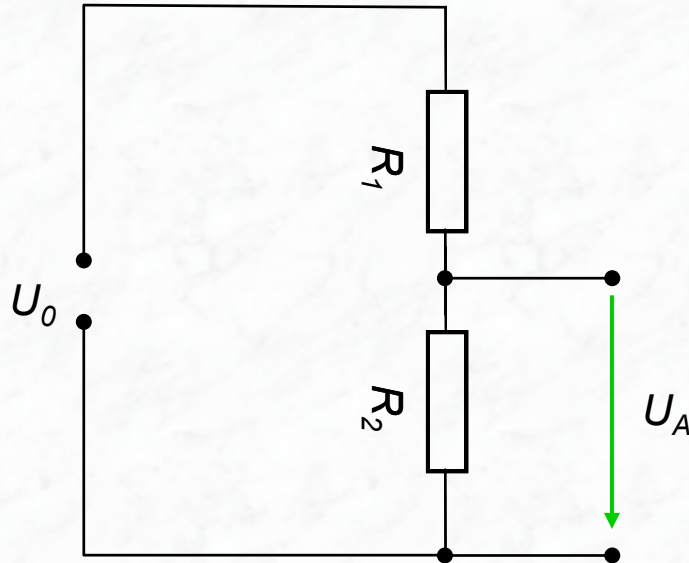
$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Beachte: Bei einer Parallelschaltung ist der Gesamtwiderstand immer kleiner als der kleinste Einzelwiderstand !

Beispiel: 10 kΩ || 5 kΩ ergibt insgesamt 3.3 kΩ

Spannungsteiler (ideal):

Die Eingangsspannung U_0 wird um einen festen Faktor $1/\alpha$ reduziert: $U_A = \alpha \cdot U_0$



$$I = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$

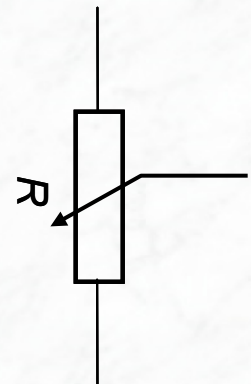
$$U_A = I \cdot R_2 = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Extremfälle: $R_2 \rightarrow 0 \Rightarrow U_A = 0$

$R_2 \rightarrow \infty \Rightarrow U_A = U_0$

Oft wird der Spannungsteiler in der Praxis einstellbar (Potentiometer) ausgeführt.



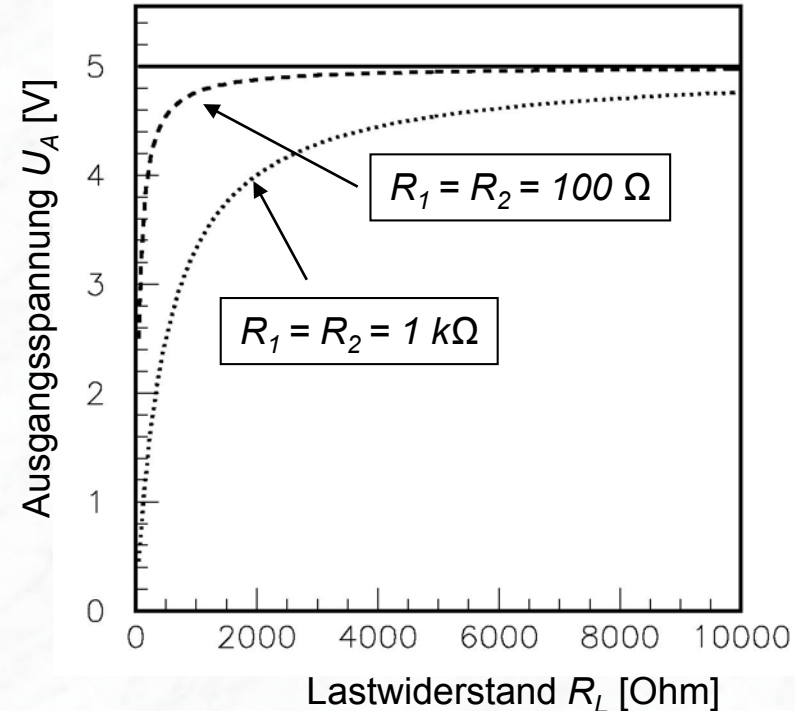
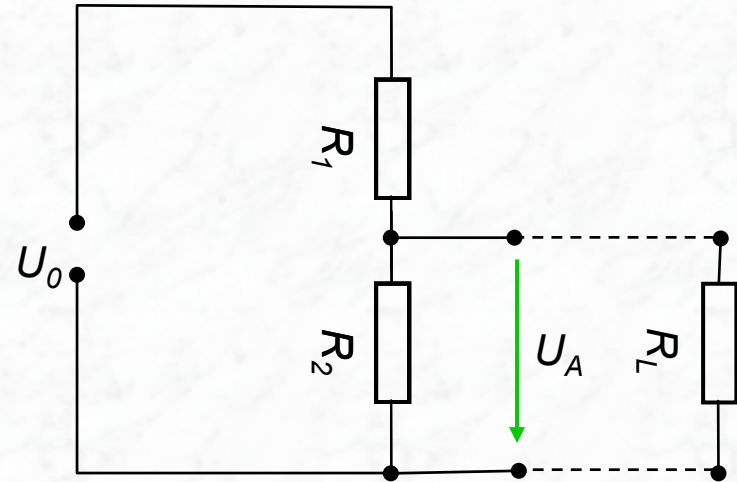
Realer Spannungsteiler

- Vorherige Betrachtung gilt nur für große Lastwiderstände $R_L \gg R_2$
- In der Realität fällt U_A an dem Lastwiderstand R_L und R_2 ab
⇒ Parallelschaltung von R_2 und R_L

Der Gesamtwiderstand ist daher

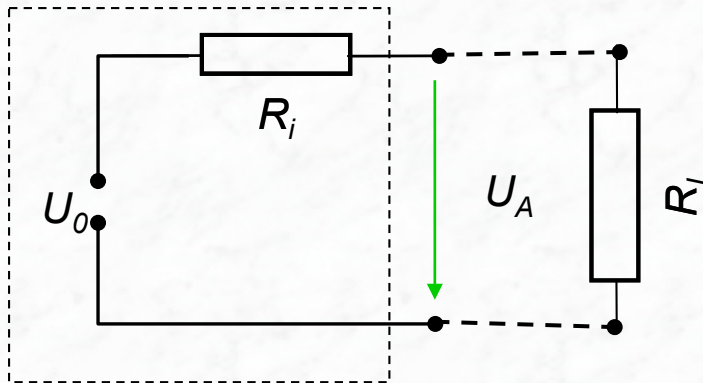
$$R_{2L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L} \Rightarrow U_A = U_0 \cdot \frac{R_{2L}}{R_1 + R_{2L}}$$

- d.h. die Ausgangsspannung hängt vom Lastwiderstand ab
- Problem kann durch kleine Widerstände R_1 und R_2 verringert werden, aber dann fließt ein hoher Strom ⇒ hohe Verlustleistung
- Abhilfe durch aktive Bauteile z.B. Transistor



Spannungsquelle

- Bei einer **idealen Spannungsquelle** sollte die Ausgangsspannung U_A unabhängig von der Belastung (vom Strom) sein
- Jede **reale Spannungsquelle** kann nur einen begrenzten Strom liefern und weist daher einen gewissen **Innenwiderstand R_i** auf



$$U_A = U_0 \cdot \frac{R_L}{R_i + R_L} = U \frac{1}{1 + R_i/R_L}$$

$$U_A = U_0 - R_i \cdot I_L$$

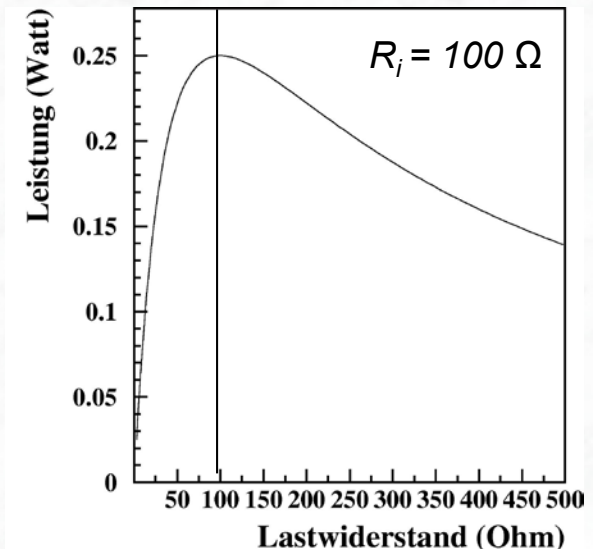
- Innenwiderstand sollte möglichst klein gegen den Lastwiderstand sein

- Leistung einer Spannungsquelle: $P = U_A \cdot I_L = \frac{U_A^2}{R_L}$

maximal für $R_L = R_i$

Extremfälle: $R_L = 0 \Rightarrow U_A = 0 \Rightarrow P = 0$

$R_L = \infty \Rightarrow I_L = 0 \Rightarrow P = 0$



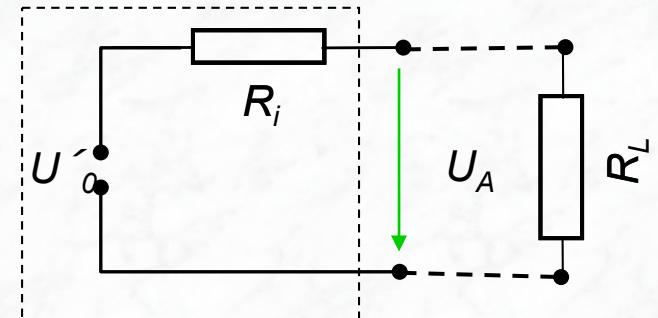
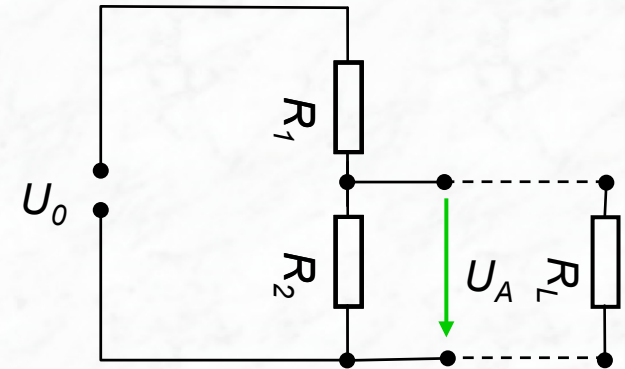
- Belasteter Spannungsteiler (cont.)

$$I_0 = I_2 + I_L = \frac{U_A}{R_2} + I_L$$

$$U_0 = U_1 + U_A$$

$$\Rightarrow U_A = U_0 - I_0 \cdot R_1 = U_0 - \left[\frac{U_A}{R_2} + I_L \right] \cdot R_1$$

$$\Rightarrow U_A = U_0 \cdot \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right] - \left[\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right] \cdot I_L$$



- Äquivalenter Innenwiderstand

$$U'_0 = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_i = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad \Leftrightarrow (R_1 \parallel R_2)$$

Thévenin-Äquivalent Schaltkreis

Jedes Netzwerk von Widerständen und Spannungsquellen kann durch ein Ersatzschaltbild mit einem Widerstand R_{th} und einer Spannungsquelle U_{th} ersetzt werden

$$R_{Th} = \frac{U_{Th}}{I_{Kurzschluß}} \quad \text{wobei } U_{Th} = U \text{ (offener Schaltkreis)}$$

- Spannungsquelle: i. allg. gilt: $R_L \gg R_i$

$$\Rightarrow I_L = \frac{U_0}{R_i + R_L} \approx \frac{U_0}{R_L}$$

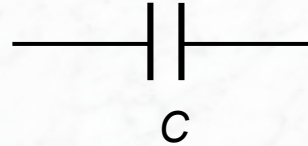
d.h. Strom hängt von äußerer Last ab

- Stromquelle: meist gilt $R_L \ll R_i$

$$\Rightarrow I_L = \frac{U_0}{R_i + R_L} \approx \frac{U_0}{R_i}$$

d.h. Strom nur von inneren Parametern abhängig

1.4 Der Kondensator



- Symbol:
- Speicherung von Ladung und damit von Energie
- Zwischen der anliegenden Spannung und der Ladung besteht ein linearer Zusammenhang:

$$Q = C \cdot U$$

- **C** = Kapazität, hängt ab von der Geometrie
(Fläche der Elektroden, Abstand der Elektroden und dem Dielektrikum)
- Einheit: Farad $[C] = 1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$
- Gängige Werte $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$ bis 1 mF

- Strom:

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dU}{dt}$$

Der Strom ist nicht proportional zur Spannung, sondern zur Spannungsänderung



Frequenzabhängigkeit des Widerstands:

Bei konstanter Spannung fließt kein Strom, Wechselstrom wird übertragen

⇒ Weitere Eigenschaften: verformen Impulse, verzögern Schaltvorgänge,

filtern Störungen aus

Verfügbare Kondensatoren

Verschiedene Materialien kommen zum Einsatz:

1. Beschichtete Papiere oder Kunststofffolien (gewickelte Folienkondensatoren)
 - Temperaturstabil
 - Hohe Genauigkeit
 - Geringer Leckstrom
2. Keramische Dielektrika mit Metallelektroden
 - Sehr weiter Frequenzbereich (bis 10^8 Hz)
 - Sehr stabil
3. Elektrolytische Kondensatoren
 - Sehr große Kapazitäten günstig herstellbar

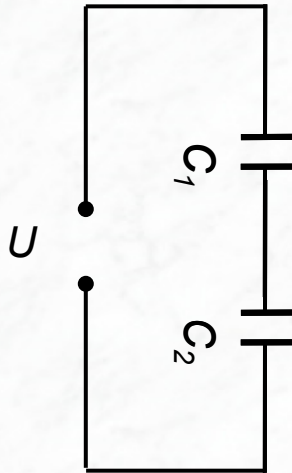
Kondensator	Kapazitätsbereich	Toleranzen	Eigeninduktivität	Abmessung	Betriebsspannung	gepolt
Papier-	100 pF..1µF	20 %	groß	groß	125..1000 V	nein
Metall-Papier-	0,1..50 µF	20 %	groß	groß	160..600 V	nein
Styroflex-	2 pF..50 nF	20 %	klein	mittel	50..500 V	nein
Metall-Kunststoff-	0,01..0,25 µF	20 %	mittel	klein	300 V..5 kV	nein
Metall-Lack-	0,1..200 µF	20 %	mittel	sehr klein	60..120 V	nein
Keramik-	0,5 pF..50 nF	20 %	sehr klein	groß	250..500 V	nein
Elektrolyt-	0,5..10000 µF	-20%..+50%	groß	sehr klein	3..650 V	ja

Einsatzgebiete:

- (i) Folienkondensatoren: Signalformung und Filterung bis 10 MHz
- (ii) Keramische Kondensatoren: Hochfrequenzanwendungen
- (iii) Elektrolytische Kondensatoren: Filterung hoher Ströme bei Frequenzen bis MHz

Schaltungen mit Kondensatoren

(i) Reihenschaltung



$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, U_2 = \frac{Q}{C_2}$$

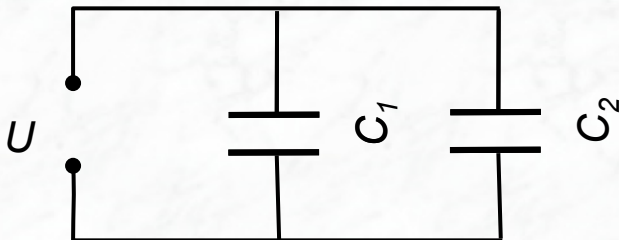
die gespeicherte Ladung ist auf allen Kondensatoren gleich

$$U = U_1 + U_2 = Q \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{Q}{C_{ges}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Beachte: Bei einer Reihenschaltung ist die Gesamtkapazität immer kleiner als die kleinste Einzelkapazität !

(ii) Parallelschaltung



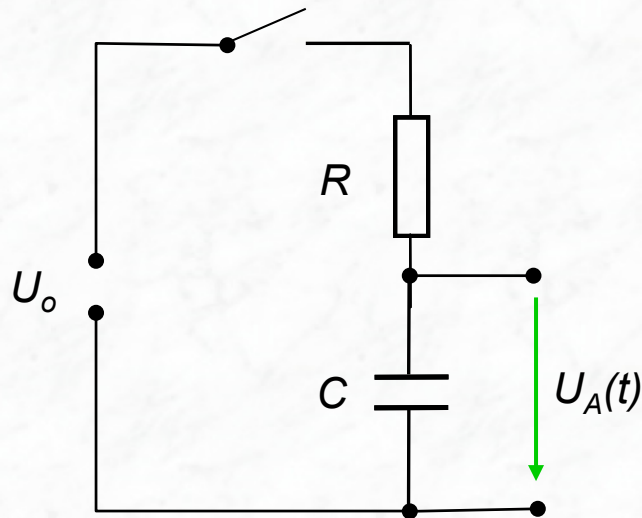
$$U_1 = U_2 = U$$

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2$$

$$C_{ges} = \frac{Q_{tot}}{U} = \frac{Q_1 + Q_2}{U} = \frac{Q_1}{U_1} + \frac{Q_2}{U_2} = C_1 + C_2$$

(iii) RC-Netzwerk

Serienschaltung eines Widerstands und eines Kondensators



- Schalter wird zur Zeit $t=0$ geschlossen
- $U_A(0) = 0$
- Wie verhält sich $U_A(t)$?

- Maschenregel ergibt eine inhomogene Differentialgleichung 1. Ordnung

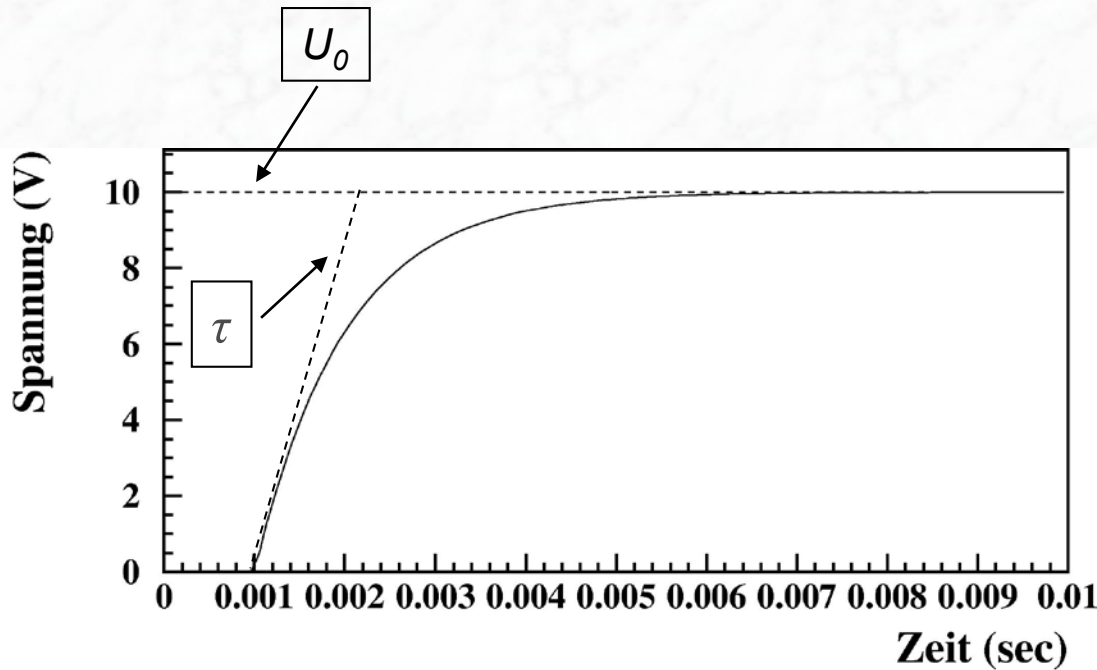
$$R \cdot I(t) + U_A(t) = U_0$$

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{C \cdot dU_A(t)}{dt}$$

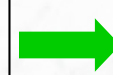
$$\Rightarrow R \cdot C \cdot \frac{dU_A(t)}{dt} + U_A(t) = U_0$$

- Lösung $U_A(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-t/RC})$; $I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-t/RC}$

Strom und Spannung in einem RC-Netzwerk

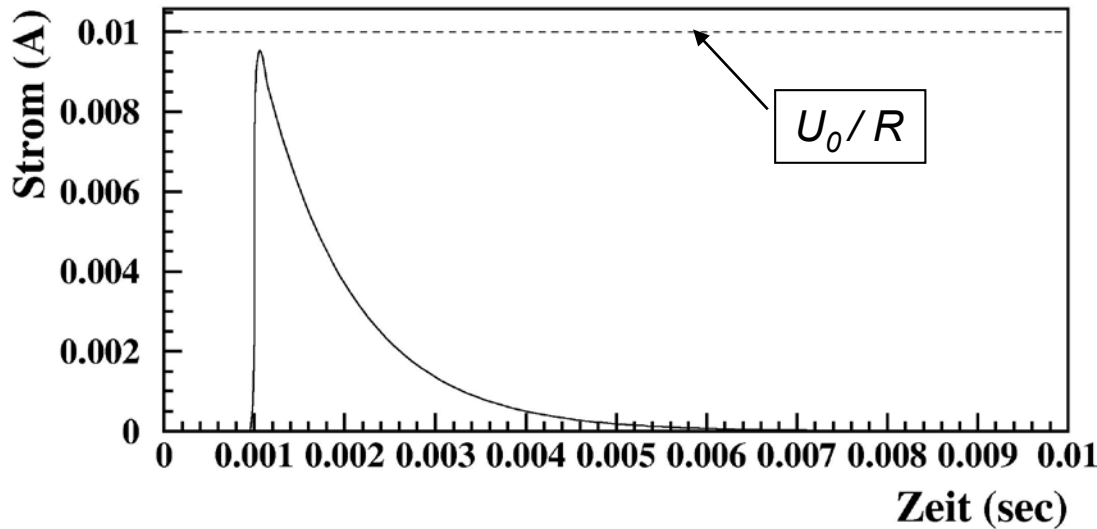


$$R=1 \text{ k}\Omega$$
$$C=1 \text{ }\mu\text{F}$$



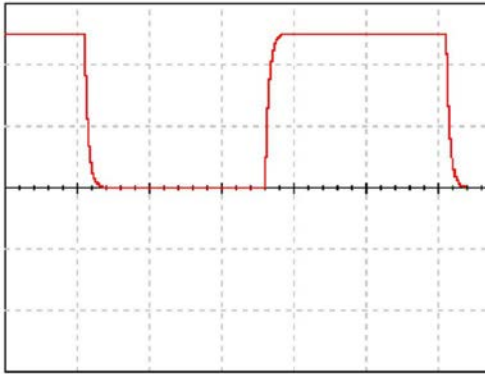
$$\tau = 1 \text{ ms}$$

$$U_A(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-t/RC})$$

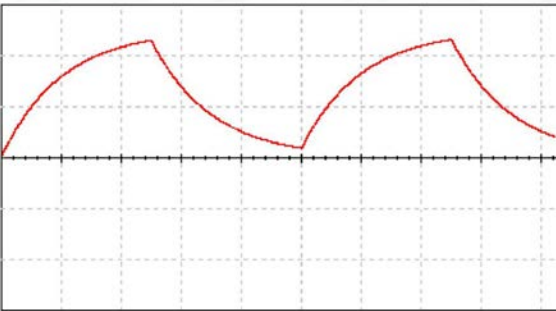


$$I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-t/RC}$$

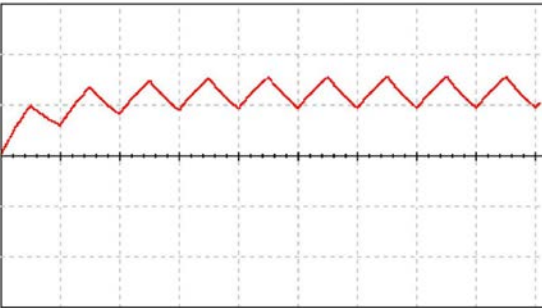
Spannung über dem Kondensator für Signal mit Periode T



$$\tau = RC \ll T$$



$$\tau = RC = T$$



$$\tau = RC \gg T$$

1.5 Die Induktivität (Spule)

- Symbol:



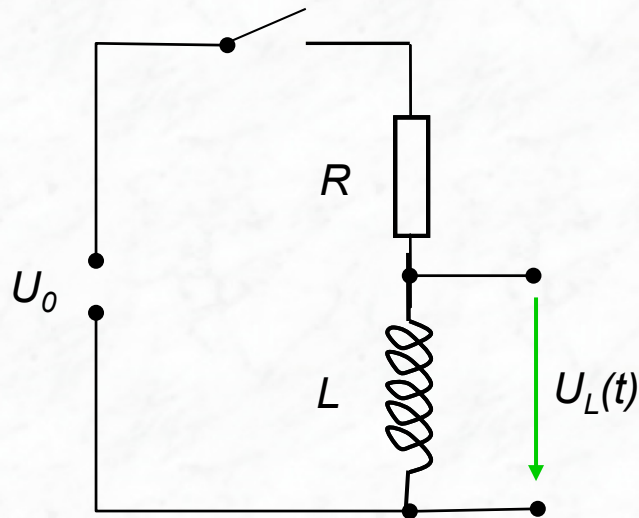
- Speicherung von magnetischer Energie
- Stromänderung dI/dt in der Spule ruft eine induzierte Spannung hervor, die der Stromänderung entgegenwirkt (Induktionsgesetz, Lenz'sche Regel)

$$U_{ind} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

- **L** = Induktivität, hängt ab von der Geometrie und vom Material
- Einheit: Henry [L] = 1 H = 1 Vs / A
- Gängige Werte: 1 μ H bis 1 H
- Da die Spannung über der Spule von dI/dt abhängt, ist der Widerstand frequenzabhängig:
 - Gleichstrom wird ungehindert durchgelassen
 - Wechselstrom wird behindert
- Weitere wichtige Eigenschaften in Schaltkreisen: verformen Impulse, Filtereigenschaften, Übertragen Signale von einem Schaltkreis in einen anderen

RL-Netzwerk

Serienschaltung eines Widerstands und einer Induktivität



- Schalter wird zur Zeit $t=0$ geschlossen
- $U_L(0) = 0$
- Wie verhält sich $U_L(t)$?

- Maschenregel ergibt eine inhomogene Differentialgleichung 1.Ordnung

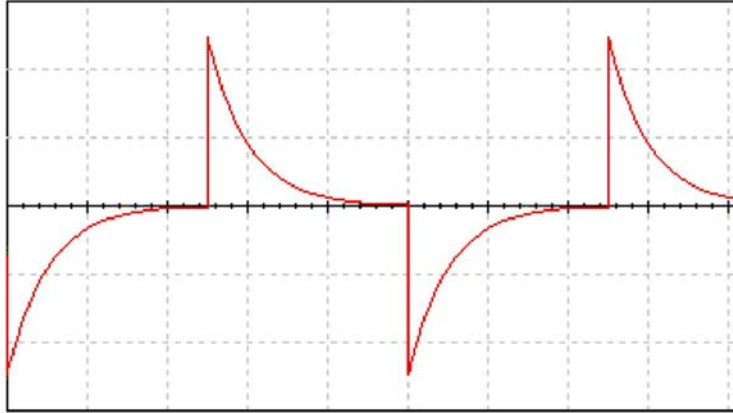
$$R \cdot I(t) + U_L(t) = U_0 \quad \Rightarrow \quad R \cdot I(t) + L \frac{dI}{dt} = U_0$$

- Lösung

$$I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot (1 - e^{-t \cdot R/L}) \quad ; \quad \frac{dI}{dt} = \frac{U_0}{L} \cdot e^{-t \cdot R/L}$$

Zeitkonstante: $\tau = L / R$

Spannung über der Spule für Signal mit Periode T



$$\tau = L/R \sim T$$

Zusammenfassung der wichtigsten Eigenschaften

Bauteil/Netzwerk	Spannung	Strom
------------------	----------	-------

Widerstand	$U = R \cdot I$	$I = U / R$
------------	-----------------	-------------

Kondensator	$U = Q / C$	$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dU}{dt}$
-------------	-------------	---------------------------------------

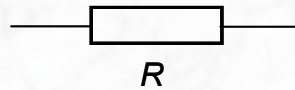
Spule	$U_{ind} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$	$I = -\frac{1}{L} \int U_{ind} dt$
-------	------------------------------------	------------------------------------

RC-Netzwerk (U und I am Kondensator)	$U_C(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-t/RC})$	$I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-t/RC}$
---	--------------------------------------	--

RL-Netzwerk (U und I der Spule)	$U_L(t) = -L \frac{dI}{dt} = U_0 \cdot e^{-t \cdot R/L}$	$I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot (1 - e^{-t \cdot R/L})$
------------------------------------	--	---

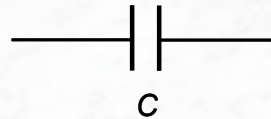
➤ Übersicht der Schaltsymbole

Passive Komponenten



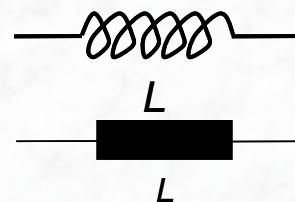
Widerstand

$$Z_R = \frac{U}{I}$$



Kondensator

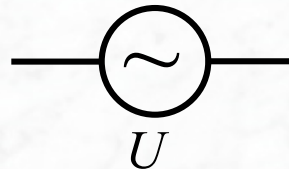
$$Z_C = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C}$$



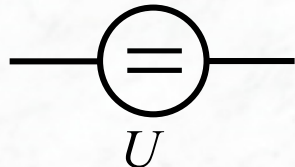
Spule

$$Z_L = i \cdot \omega \cdot L$$

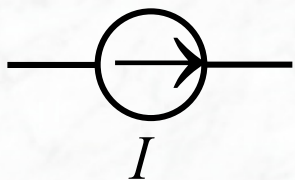
Aktive Komponenten



Wechselspannungsquelle



Gleichspannungsquelle



Stromquelle