Übungen zu Experimentalphysik V WS 2014/2015

Prof. Dr. Karl Jakobs, Dr. Karsten Köneke

Übungsblatt Nr. 6

Die Lösungen müssen bis 10:10 Uhr am Dienstag den 2.12.2014 in den Briefkasten 1 im Erdgeschoss des Gustav-Mie-Hauses eingeworfen werden!

Bitte geben sie die Übungsgruppennummer auf Ihren Lösungen an.

---

1. **β-Zerfälle (Übung teilweise mit Mathematica)**

   Teile dieser Aufgabe sollen mit Hilfe von Mathematica bearbeitet werden. Eine ausführliche Installationsanleitung befindet sich auf der Webseite der Vorlesung:
   `http://portal.uni-freiburg.de/jakobs/Lehre/ws-14-15/physik-v`.
   Bitte reichen Sie Ihre Lösungen für die Aufgabenteile, welche Sie mit Mathematica bearbeitet haben, als Ausdruck von Mathematica ein.

   In der Vorlesung wurde das Elektronenspektrum aus dem β-Zerfall unter der Annahme masseloser Neutrinos diskutiert. Im Folgenden soll die Messung von Neutrinomassen in β-Zerfällen näher betrachtet werden.

   a) Berechnen Sie das Elektronenspektrum unter der Annahme endlicher Neutrinomassen. Dazu muss die Phasenraumdichte der möglichen Endzustände dn/dE_0 so umgeschrieben werden, dass sie eine Abhängigkeit von m_ν beinhaltet. Beginnen Sie hierzu mit der Wahrscheinlichkeit, das Elektron (Neutrino) im Impulsintervall p_e bis $p_e + dp_e$ (p_ν bis $p_\nu + dp_\nu$) zu finden

   $$dn_e = \frac{V p_e^2 dp_e}{2\pi^2\hbar^3} \qquad \text{und} \qquad dn_\nu = \frac{V p_\nu^2 dp_\nu}{2\pi^2\hbar^3} \ ,$$

   wobei V ein Volumenelement des Raumes ist, in dem die möglichen Elektronen- und Neutrinozustände abgezählt werden. Bestimmen Sie hiermit die Übergangswahrscheinlichkeit $W_{if} = N(p_e)dp_e$ unter Verwendung von Fermis Goldener Regel:

   $$W_{if} = N(p_e)dp_e = \frac{2\pi}{\hbar} \left|\langle f|H|i\rangle\right|^2 \frac{dn}{dE_0} \ .$$

   Da es sich bei dem β-Zerfall um einen Dreiteilchenzerfall handelt, sind die Impulse des Elektrons und des Neutrinos nicht direkt korreliert und man kann für die Dichte der möglichen Endzustände

   $$\frac{dn}{dE_0} = \frac{dn_e dn_\nu}{dE_0}$$

   schreiben. Beachten Sie auch, dass Sie den Neutrinoimpuls als Funktion der Gesamtenergie E_0 des β-Zerfalls, der Energie des Elektrons E_e und der Neutrinomasse darstellen können. Nutzen Sie für das Matrixelement des Hamilton-Operators die aus der Vorlesung bekannte Summe aus Fermi- und Gamov-Teller-Matrixelementen. Das Ergebnis dieser Rechnung ist unabhängig vom Volumen V, da die Wellenfunktion in diesem Matrixelement auf das gleiche Volumen V wie oben normiert wurde. Drücken Sie W_{if} als Funktion der gesamten kinetischen Energie $Q_\beta = E_0 - m_e c^2$ und der kinetischen Energie des Elektrons $T_e = E_e - m_e c^2$ aus. **[3 Punkte]**

   Gehen Sie im Folgenden von einem Tritium-β-Zerfall mit $Q_\beta = 18,6\,\text{keV}$ aus, und wählen Sie in ihren Formeln natürliche Einheiten ($\hbar = c = 1$).

b) Stellen Sie Ihr Ergebnis aus Aufgabenteil a) mit Hilfe von Mathematica zwischen $T_e = 0,0\,\mathrm{keV}$ und $T_e = 18,6\,\mathrm{keV}$ (und auch zwischen $T_e = 18,58\,\mathrm{keV}$ und $T_e = 18,6\,\mathrm{keV}$) für die Neutrinomassen $m_\nu = 0,0\,\mathrm{eV}$, $m_\nu = 1,0\,\mathrm{eV}$ und $m_\nu = 10,0\,\mathrm{eV}$ graphisch dar. Sie können hierfür das Matrixelement auf 1 setzen, da wir hier nicht an der absoluten Höhe der Verteilung interessiert sind. Was können Sie in der Nähe von $T_e = 18,6\,\mathrm{keV}$ beobachten, und warum? [**1 Punkt**]

c) Zur Messung der Neutrinomasse eignet sich die Darstellung als Kurie-Funktion:

$$K(T_e) = \sqrt{\frac{W_{if}}{\frac{1}{2\pi^3\hbar^7c^7}(g_V^2|M_F|^2 + g_A^2|M_{GT}|^2)\cdot(T_e + m_ec^2)\sqrt{T_e^2 + 2m_ec^2T_e}}}$$

Die Grösse $K(T_e)$ entspricht der Quadratwurzel des Phasenraumanteils. Stellen Sie $K(T_e)$ wie in Aufgabenteil b) mit Hilfe von Mathematica graphisch dar. Wie lässt sich mit Hilfe von $K(T_e)$ die Neutrinomasse bestimmen? [**1 Punkt**]

d) Bestimmen Sie, welcher Anteil an Elektronen in der Nähe des Endpunktes des Spektrum im Intervall $[Q_\beta - 10,0\,\mathrm{eV}, Q_\beta]$ für verschwindende Neutrinomassen zu erwarten ist. [**1 Punkt**]

e) Das KATRIN-Experiment verfügt über eine Tritiumquelle, die $\approx 10^{10}$ β-Zerfälle pro Sekunde liefert. Die Elektronen aus diesen Zerfällen werden in einem angeschlossenen Spektrometer vermessen. Welche Ereignisrate wird im Energiebereich von $2\,\mathrm{eV}$ vor dem kinematischen Endpunkt für verschwindende Neutrinomassen im Idealfall, d.h. bei vernachlässigbaren Messungenauigkeiten und Ineffizienzen, erwartet? [**1 Punkt**]

2. γ-Strahlung

(a) Der Kern ^{7}Li emittiert von einem Zustand mit $\mathrm{I}^\pi = \frac{1}{2}^-$ eine 0.48 MeV γ-Strahlung zum $\mathrm{I}^\pi = \frac{3}{2}^-$ Grundzustand. Welche Multipolaritäten könnte die γ-Strahlung haben? Welche davon ist die Wahrscheinlichste? [**1 Punkt**]

(b) Nachfolgend sind die Energie und die mittlere Lebensdauer des angeregten Zustandes einiger Mößbauer-Isotope gegeben. Berechnen Sie für jedes Isotop die natürliche Linienbreite und die Doppler-Linienbreite bei T = 300 K und T = 4 K (Temperatur des flüssigen Heliums) für den γ-Übergang vom angeregten Zustand in den Grundzustand sowie die Rückstoßenergie des Atomkerns nach erfolgter γ-Emmission. ^{57}Fe: 14.4 keV, 141 ns; ^{165}Ho: 95 keV, 32 ps; ^{181}Ta: 6.2 keV, 9.8 μs. [**2 Punkte**]

3. Helizität und Parität (übernommen vom Übungsblatt 5)

Bitte beantworten Sie die folgenden Fragen jeweils mit wenigen Sätzen.

a) Wie lässt sich aus den Ergebnissen des Wu-Experimentes auf die Helizität des Antineutrinos schließen? Gehen Sie davon aus, dass der Kern keinen Rückstoß aufnimmt und dass vollständige Paritätsverletzung vorliegt. [**1 Punkt**]

b) Die Helizität von Antineutrinos ist genau umgekehrt zu der Helizität von Neutrinos. Erklären Sie am Beispiel des Neutrinos warum die Verletzung der Parität dann auch eine Verletzung der C-Parität beinhaltet und warum hier die Kombination von C- und P-Parität nicht verletzt ist. Die C-Parität entspricht einer Ladungskonjugation und ersetzt Teilchenzustände durch Antiteilchen. [**1 Punkt**]

c) Wann könnte sich die Helizität von Neutrinos ändern? [**1 Punkt**]