

2.5.1 Spin und magnetische Momente

- Proton und Neutron sind Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen (Fermionen)
- Aus Hyperfeinstruktur der Energieniveaus vieler Atomkerne kann man schließen, dass Atomkerne ein magnetisches Moment besitzen. Dieses ist mit einem Drehimpuls verbunden:

$$\vec{I} = \text{Kernspin} \quad I = \text{Kernspinquantenzahl (halb- oder ganzzahlig)}$$

- Man nimmt an, dass sich der Kernspin zusammensetzt aus der Vektorsumme der Nukleonenspins und der Bahndrehimpulse der Nukleonen

$$\vec{I} = \sum_i (\vec{I}_i + \vec{L}_i) \quad \text{Summe über alle Nukleonen}$$

- Das magnetische Moment μ_I ist proportional zum Kernspin I und wird wie folgt geschrieben:

$$\vec{\mu}_I = g_K \mu_K \frac{\vec{I}}{\hbar}$$

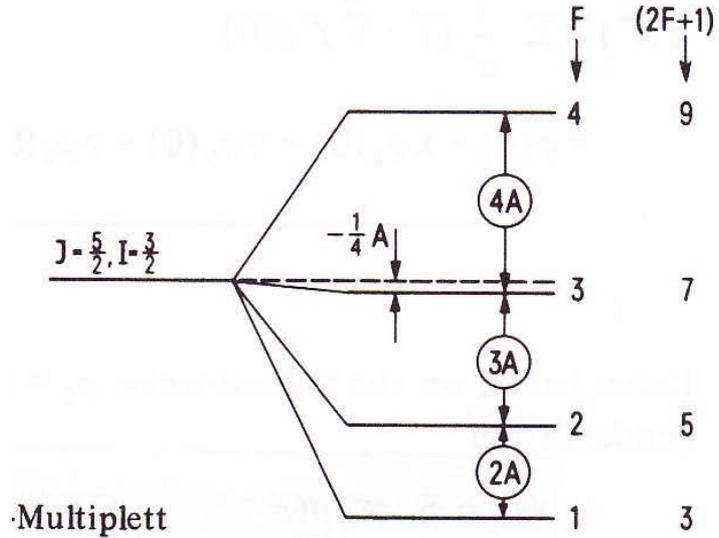
wobei $\mu_K = \frac{e\hbar}{2m_p c} = 3,152 \cdot 10^{-8} \text{ eV/T}$
das Kernmagneton darstellt.

- Man beachte, dass das Kernmagneton im Vergleich zum Bohr'schen Magneton um einen Faktor $m_p / m_e = 1836$ kleiner ist.
- Der Faktor g_K ist der sogenannte Kern g-Faktor und ist über das folgende Verhältnis definiert.

$$g_K = \frac{|\vec{\mu}_I|}{|\vec{I}|} = \frac{\mu_I}{I}$$

Dieser Faktor gibt an, um welchen Faktor sich das magnetische Moment des Kerns von demjenigen unterscheidet, das man für einen Drehimpuls I klassischerwarten würde.

2.5.2 Hyperfeinstruktur



Hyperfeinstrukturaufspaltung: Multipllett für
 $J=5/2$ und $I = 3/2$
(aus Meyer-Kuckuk, Atomphysik)

2.5.3 Hyperfeinstruktur in äußeren Magnetfeldern

Äußeres Magnetfeld \vec{B}

Wechselwirkungsenergie $V_B^{\text{HFS}} = -\vec{\mu}_F \cdot \vec{B}$

Man muss unterscheiden zwischen der Aufspaltung in einem **schwachen** und einem **starken** Magnetfeld

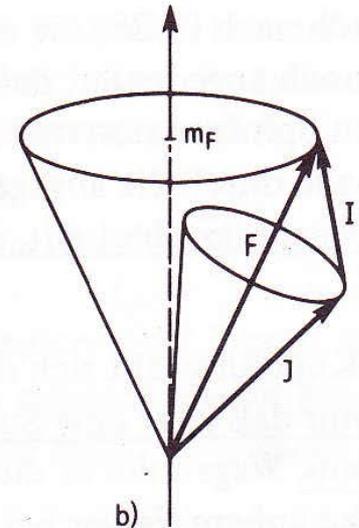
i) Schwaches \vec{B} -Feld: $V_B \ll V_{\text{HFS}}$ (\vec{I}, \vec{J} -Kopplung)

\vec{I}, \vec{J} -Kopplung bleibt erhalten

Präzessionsbewegung von \vec{I} und \vec{J} um \vec{F} ;

\vec{F} präzessiert seinerseits um die Z-Achse;

$$\Rightarrow -\vec{\mu}_F \cdot \vec{B} = -\frac{1}{\hbar^2 |\vec{F}|^2} (g_K \mu_K \cdot \vec{I} - g_J \cdot \mu_B \cdot \vec{J}) \cdot \vec{F} (\vec{F} \cdot \vec{B})$$



wobei g_J = Landéscher g-Faktor $g_J := \left\{ 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right\}$

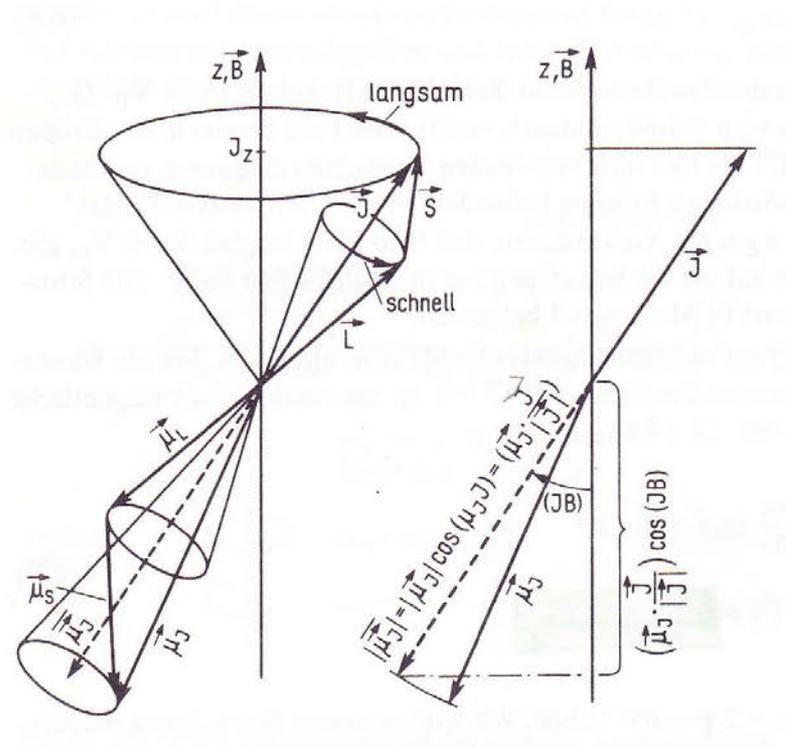
(bekannt aus der Atomphysik, Zeemann-Aufspaltung der Feinstrukturturniveaus im Magnetfeld;

man beachte auch, dass aufgrund der verschiedenen Vorzeichen der elektrischen Ladungen von Elektronen und Kern die magnetischen Momente verschiedene Vorzeichen haben.)

$$-\vec{\mu}_F \cdot \vec{B} = -\frac{1}{\hbar^2 |\vec{F}|^2} (\mathbf{g}_K \mu_K \cdot \vec{I} - \mathbf{g}_J \cdot \mu_B \cdot \vec{J}) \cdot \vec{F} (\vec{F} \cdot \vec{B})$$

Man beachte, dass aufgrund der verschiedenen g-Faktoren das magnetische Moment μ_F und der Gesamtdrehimpuls F nicht in die gleiche Richtung zeigen.

Analog zur Zeeman-Aufspaltung der Feinstruktur



Die Störenergien ergeben sich wie üblich durch Übergänge von den Operatoren zu den Eigenwerten:

$$\Rightarrow \Delta E_B^{\text{HFS}} = -m_F \cdot B \cdot g_K \cdot \mu_K \frac{F(F+1)+I(I+1)-J(J+1)}{2F(F+1)} \\ + m_F \cdot B \cdot g_J \cdot \mu_B \frac{F(F+1)+J(J+1)-I(I+1)}{2F(F+1)}$$

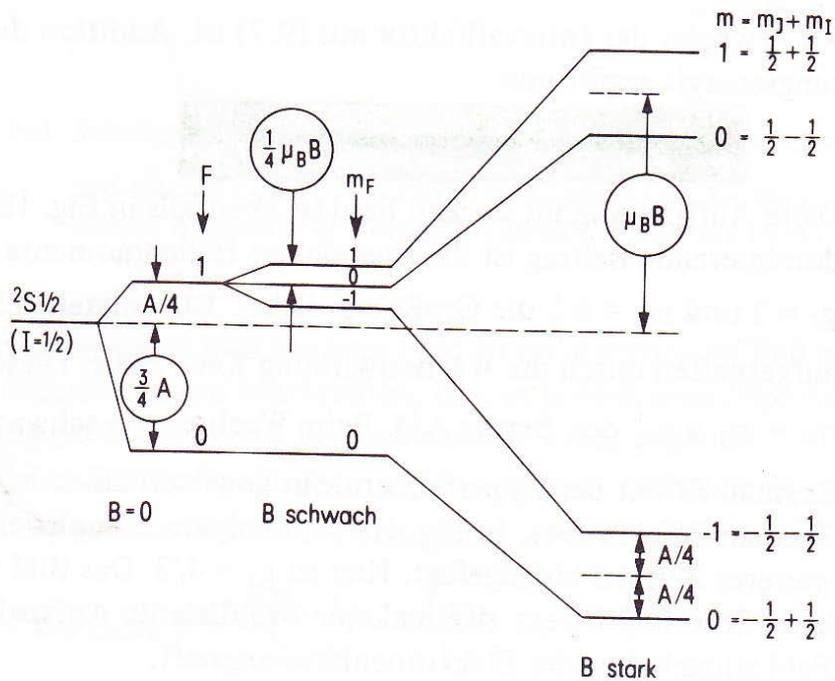
oder $\Delta E_{B,\text{schwach}}^{\text{HFS}} = g_F \cdot \mu_B \cdot B \cdot m_F$

wobei $g_F := g_J \cdot \frac{F(F+1)+J(J+1)-I(I+1)}{2F(F+1)} - g_K \frac{\mu_K}{\mu_B} \frac{F(F+1)+I(I+1)-J(J+1)}{2F(F+1)}$

Da $\mu_K/\mu_B \approx 1/1800$ ist der erste Term dominant

Dies stellt die Zeeman-Aufspaltung des HFS-Niveaus dar.

Man erhält eine äquidistante Aufspaltung jedes Niveaus in $(2F+1)$ Komponenten)



Aufspaltung der Hyperfeinstruktur-niveaus für $J=1/2$ und $I=1/2$ in einem schwachen und starken äußeren Magnetfeld (aus T. Meyer-Kuckuk, Atomphysik)

ii) Starkes \vec{B} -Feld:

→ Entkopplung von \vec{I} und \vec{J} (ähnlich zum Paschen-Back-Effekt)
 \vec{I} und \vec{J} präzessieren um \vec{B}

→ zwei Energiekorrekturen

(i) Zeeman-Aufspaltung (äußeres Feld wirkt auf starkes magn. Moment der Hülle)

$$\Delta E = g_J \cdot \mu_B \cdot m_J \cdot B$$

(ii) Standard-Hyperfeinstruktur-Wechselwirkung

$$V_{\text{HFS}} = \frac{\mu_I \mu_K \cdot B}{\hbar^2 \cdot I \cdot J} (\vec{I} \cdot \vec{J})$$

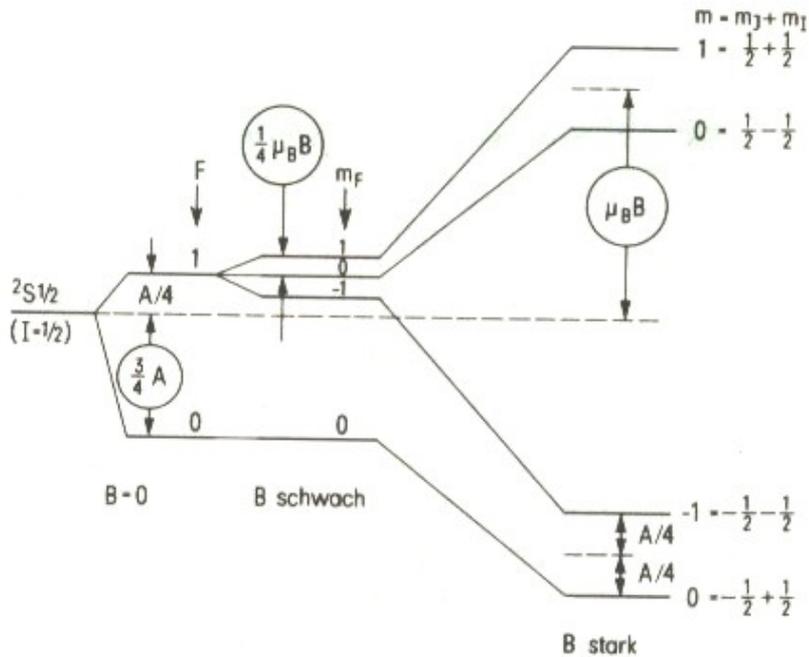
aber: keine Kopplung von \vec{I} und \vec{J} zu \vec{F} !!

\vec{I} und \vec{J} präzessieren unabhängig um \vec{B} , mit verschiedenen Geschwindigkeiten

$$\Rightarrow \overline{(\vec{I} \cdot \vec{J})} = \frac{1}{B^2} (\vec{I} \cdot \vec{B})(\vec{B} \cdot \vec{J}) = I_Z \cdot J_Z$$

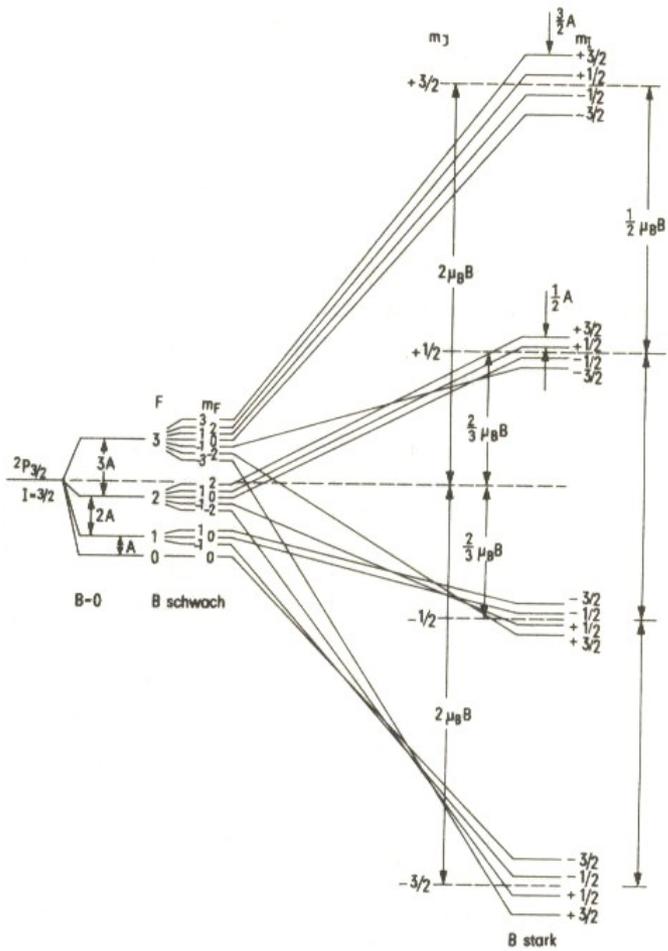
$$\Delta E = \frac{\mu_I \cdot \mu_J \cdot B_0}{J \cdot I} \cdot m_I \cdot m_J = A \cdot m_I \cdot m_J$$

Man beachte, dass am Kernort das von der Hülle erzeugte Magnetfeld dominiert und mit etwa 100 T viel stärker als das äußere Feld ist.



Aufspaltung der Hyperfeinstruktur-niveaus für $J=1/2$ und $I=1/2$ in einem schwachen und starken äußeren Magnetfeld (aus T. Meyer-Kuckuk, Atomphysik)

- Aufspaltung der J -Energieniveaus im starken äußeren Magnetfeld in $(2J+1)$ Niveaus
- Zeeman-Aufspaltung der m_J -Niveaus nach m_I ; In jeder Gruppe ($m_J = \text{const}$) beträgt die Zahl der Unterzustände $(2I+1)$; Die Untersuchung des Aufspaltungsmusters in einem starken Magnetfeld stellt somit eine einfache Methode zur Bestimmung des Kernspins I dar.
- Der Zeeman-Effekt der Hyperfeinstruktur geht in die Hyperfeinstruktur des Zeeman-Effekts über.



Aufspaltung der Hyperfeinstruktur-niveaus für $J=3/2$ und $I=3/2$ in einem schwachen und starken äußeren Magnetfeld (aus T. Meyer-Kuckuk, Atomphysik)

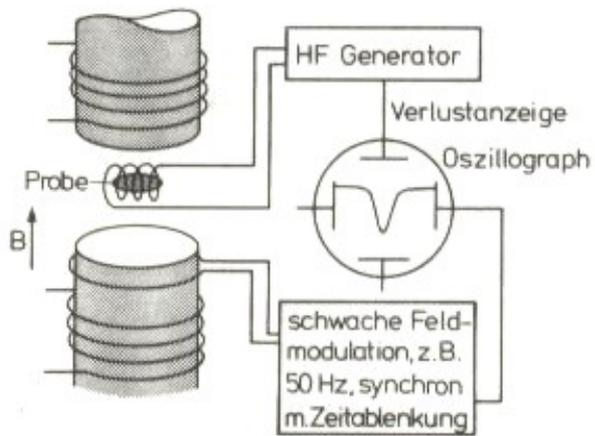
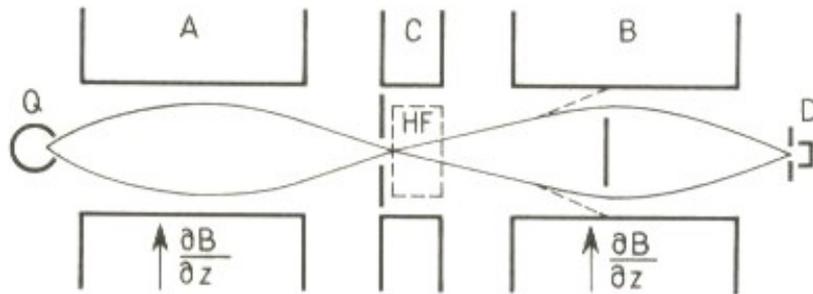


Abb. 2.23

- a) Atomstrahlapparat (schematisch)
- b) Prinzip einer Kernresonanzapparatur

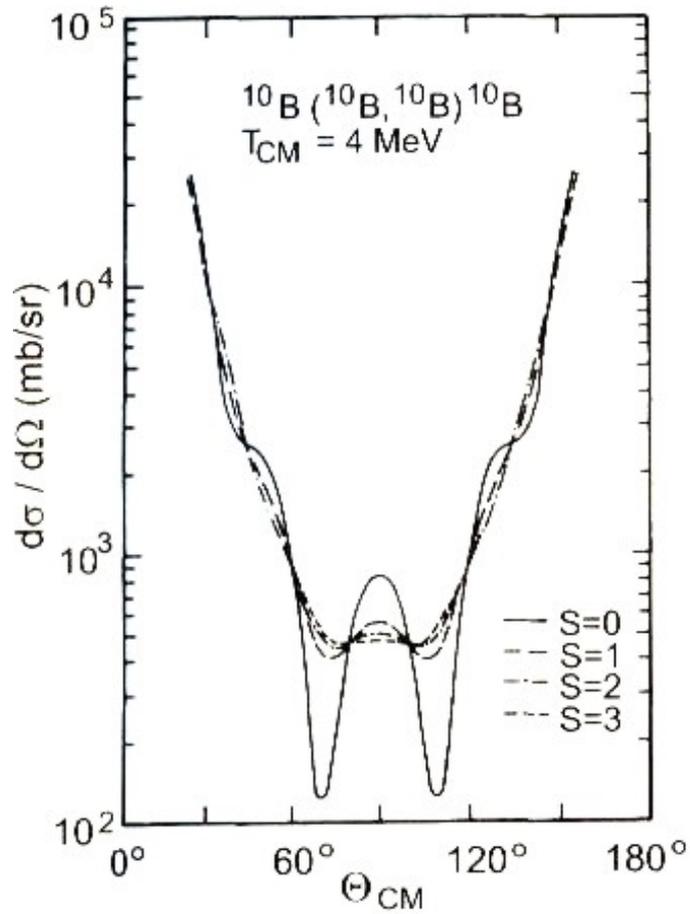
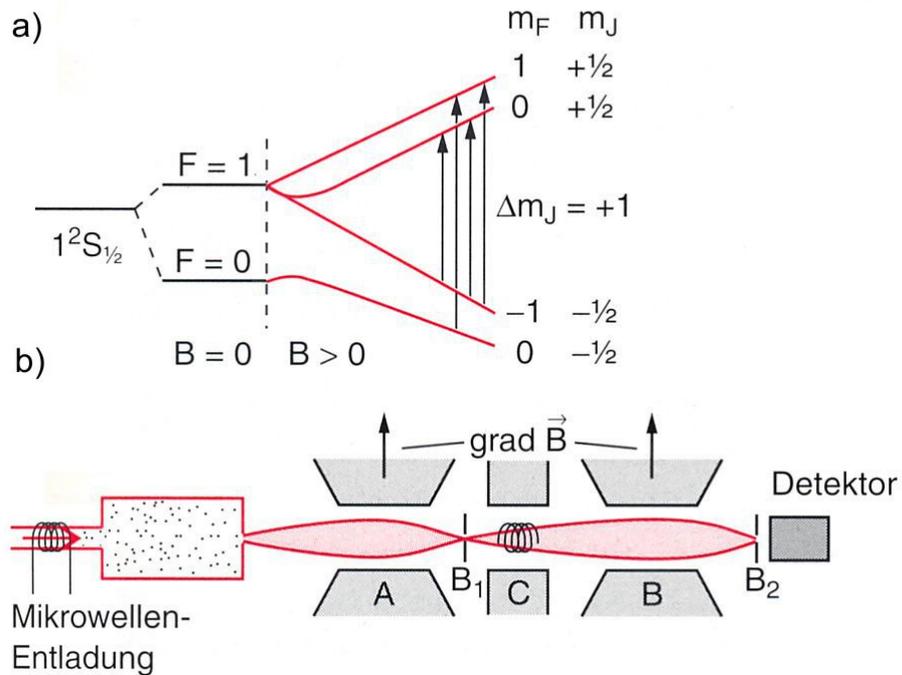


Abb. 2.24

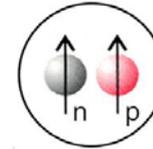
Theoretische Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die Streuung von ^{10}B an ^{10}B für verschiedene Kernspin-hypothesen



Experiment zur Messung des magnetischen Moments des Protons mit Hilfe der Rabi-Methode in einem H-Atomstrahl (aus Demtröder, Experimentalphysik 4)

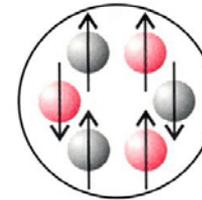
| Kern | Kernspinzahlnzahl | | Magnetisches Moment | |
|--------------------------|---------------------------------------|----------------|---|--------------|
| | erwartet aus $\sum I_p + \sum I_n$ | exp. Wert | erwartet aus $\sum \mu_p + \sum \mu_n$ | exp. Wert |
| ${}^2_1\text{H}$ | $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ | 1 | 0,880 | 0,857 |
| ${}^3_1\text{H}$ | $\frac{1}{2} + 0$ | $\frac{1}{2}$ | 2,793 | 2,978 |
| ${}^3_2\text{He}$ | $0 + \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | -1,913 | -2,127 |
| ${}^4_2\text{He}$ | $0 + 0$ | 0 | 0 | 0 |
| ${}^6_3\text{Li}$ | $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ | 1 | 0,880 | 0,822 |
| ${}^7_3\text{Li}$ | $\frac{1}{2} + 0$ | $\frac{3}{2}!$ | 2,793 | 3,256 |
| ${}^9_4\text{Be}$ | $0 + \frac{1}{2}$ | $\frac{3}{2}!$ | -1,91 | -1,177 |
| ${}^{12}_6\text{C}$ | $0 + 0$ | 0 | 0 | 0 |
| ${}^{85}_{37}\text{Rb}$ | $\frac{1}{2} + 0$ | $\frac{5}{2}!$ | +2,793 | 1,353 |
| ${}^{115}_{49}\text{In}$ | $\frac{1}{2} + 0$ | $\frac{9}{2}!$ | 2,793 | 5,523 |

Deuteron ${}^2_1\text{H}$



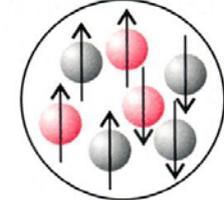
$$I = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

${}^6_3\text{Li}$



$$I = \sum I_i = 1$$

${}^7_3\text{Li}$

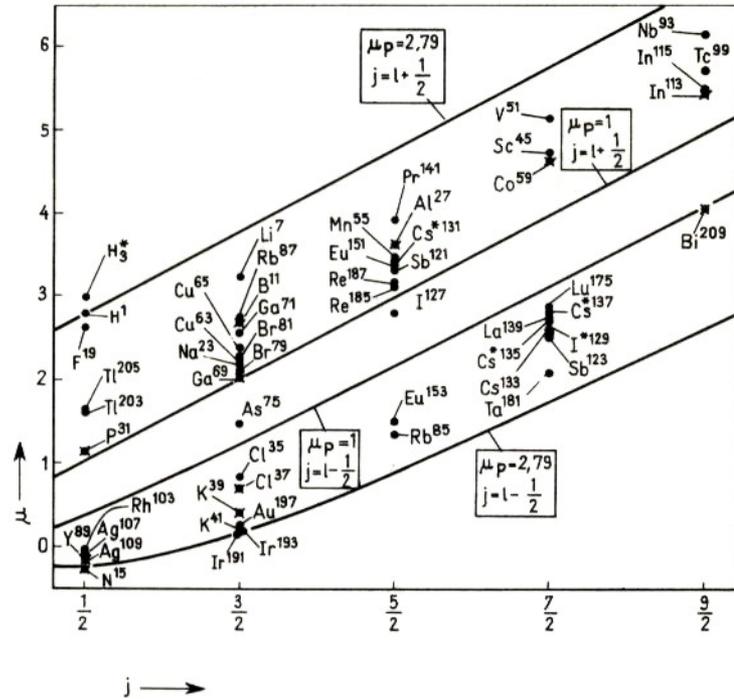


$$\sum I_i = \frac{1}{2}$$

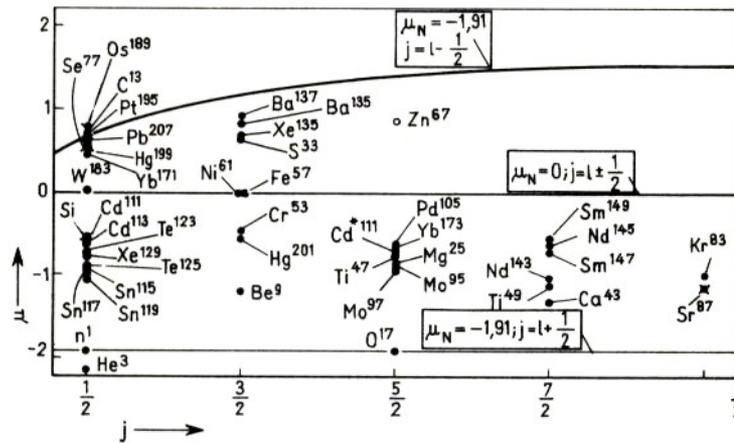
aber: $I = \frac{3}{2}$

Kernspinzahlnzahlen und magnetische Momente einiger Kerne in Einheiten des Kernmagnetons (aus Demtröder, Experimentalphysik 4)

Abb. 2.25



Magnetische Momente für Kerne mit ungepaartem Proton



Magnetische Momente für Kerne mit ungepaartem Neutron

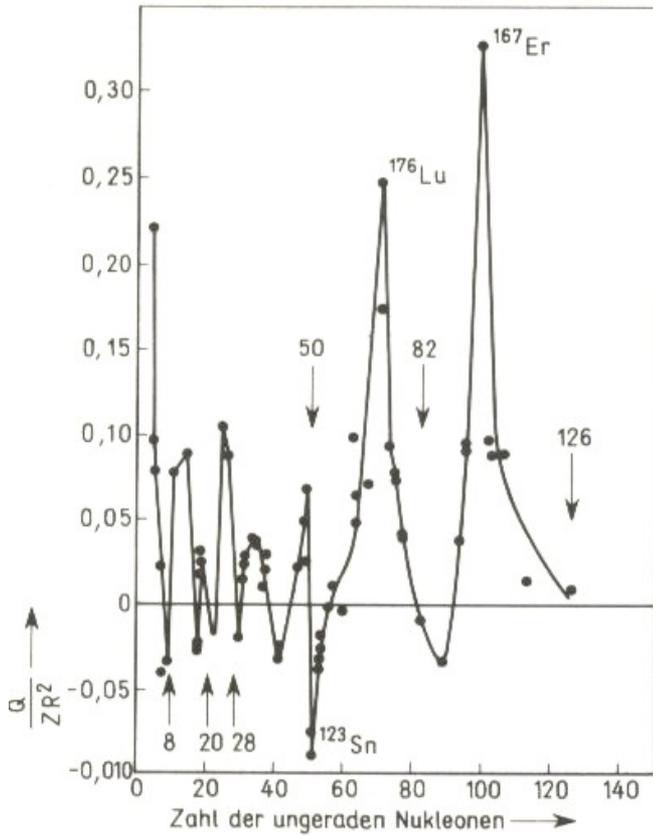
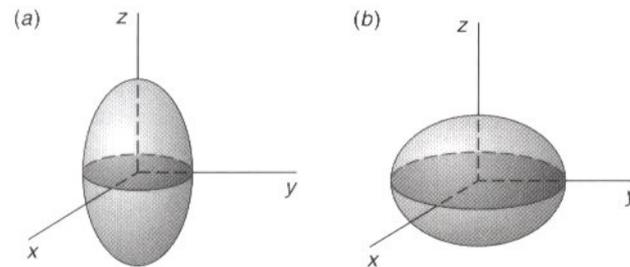


Abb. 2.26



Nichtsphärische Kerne.

Für Kerne mit positivem Quadrupolmoment ist $(z^2)_{\text{mittel}}$ größer als $(x^2)_{\text{mittel}}$ oder $(y^2)_{\text{mittel}}$, sie sind zigarrenförmig (a). Für Kerne mit negativem Quadrupolmoment ist $(z^2)_{\text{mittel}}$ kleiner als $(x^2)_{\text{mittel}}$ oder $(y^2)_{\text{mittel}}$, sie sind diskusförmig (b).

Abb. 2.27