

# **Experimentalphysik V - Kern- und Teilchenphysik Vorlesungsmitschrift**

Dozent: Prof. K. Jakobs

Verfasser: Ralf Gugel

13. Januar 2013

# Organisatorisches

**Vorlesungen** Di. und Do., 10:15-12:00 Uhr, Hörsaal II

**Dozent** • Prof. K. Jakobs

- Gustav-Mie-Haus, 3. Stock, Zi. 03-021
- Tel: 203-5713
- Sekretariat: Frau Christina Skorek, Tel. 203-5715 Fr. 11:00-12:00 Uhr

**Vorkenntnisse** Experimentalphysik I-IV, Quantenmechanik

**Übungen** 3 Gruppen, Einteilung in der ersten Vorlesung

**A** Mi., 16-18 Uhr, Valerio Consorti (Englisch)

**B** Do., 16-18 Uhr, Dr. Martin Flechl

**C** Fr., 12-14 Uhr Katharina Schmidt

Die Übungsleitung wird von Dr. Iacopo Vivarelli, Westbau, Raum 02-022, Tel: 0761 203 97773, Email: iacopo.vivarelli@cern.ch

Die Übungsaufgaben müssen wöchentlich gelöst werden, Ausgabe Dienstags in der Vorlesung, Abgabe bis Di, 10:00 Uhr in die Briefkästen im Gustav-Mie-Haus (Eingangshalle). Es können maximal zwei Personen zusammen arbeiten.

Wer die Aufgaben richtig gelöst hat, muss in der Lage sein, diese vorzurechnen!

**Prüfungsleistung/Klausur** Die Modulnote setzt sich zusammen aus 25% der Übungspunkte und 75% der Klausur am Ende des Semesters:

- Klausurtermin: Do., 21. Februar 2013, in der ersten Woche nach Semesterende
- Nachklausur: Di., 09. April 2013

**Homepage** <http://portal.uni-freiburg.de/jakobs/Lehre/ws-12-13/physik-v>

## Inhalt der Vorlesung

In dieser Vorlesung werden die Grundlagen der Kern- und Elementarteilchenphysik behandelt:

- Eigenschaften stabiler Atomkerne
- Zerfälle instabiler Kerne
- Kernmodelle
- Von den Kernen zu den Elementarteilchen

- Symetrien und Wechselwirkungen
- Das Quarkmodell
- Elektromagnetische Wechselwirkung
- Quantenchromodynamik
- Elektroschwache Wechselwirkung (Higgs Mechanismus,...)
- Wo steht die Teilchenphysik heute?

Mögliche Vertiefung sind im Master-Studium möglich mit den Vorlesungen:

- Elementarteilchenphysik II (WS),
- Physics at Hadron Collider (SS),

sowie entsprechende Vorlesungen in theoretischer Physik.

# 1. Einleitung und Grundbegriffe

## 1.1 Zielsetzung der Teilchenphysik

Elementarteilchenphysik ist ein Teilgebiet der Modernen Physik, das sich der „Untersuchung des Aufbaus der Materie und der fundamentalen Wechselwirkungen“ widmet. Grundlegende Fragen sind

- (i) Woraus besteht die Materie, die uns umgibt? Ist sie teilbar? Wenn ja, wie weit? Gibt es elementare Bausteine, sog. Elementarteilchen?  $\Rightarrow$  Bausteine
- (ii) Welche Kräfte wirken zwischen den Elementarteilchen? Wie wechselwirken Elementarteilchen untereinander? Welche Struktur haben die Wechselwirkungen? Lassen sie sich vereinheitlichen?  $\rightarrow$  Übergeordnete Theorie, Wechselwirkung?  $\Rightarrow$  Kräfte

Nach aktuellem Stand der Teilchenphysik ist keine Substruktur mehr zu finden für Elektronen und Quarks, wobei die Auflösung bereits vor Beginn der Experimente am LHC bei  $\Delta x < 10^{-18}\text{m}$  lag. Um Substrukturen von Atomkernen und kleineren Strukturen untersuchen zu können sind hohe Teilchenimpulse (Energien) notwendig:

$$\Delta x = \frac{\hbar}{p} \quad (1.1)$$

Zur theoretischen Beschreibung werden sowohl Quantentheorie als auch Relativitätstheorie benötigt: Dies findet man in der relativistischen Quantentheorie (Dirac, 1929), welche die Dirac Gleichung enthält.

- Als Lösung der Dirac-Gleichung treten negative Energiezustände auf
- Diese werden als Energiezustände von *Antiteilchen* interpretiert
- Der Spin  $1/2$  für Elektronenfelder ist enthalten.

Die elektromagnetische, starke und schwache Wechselwirkung werden heute durch Quantentheorien beschrieben. Der Prototyp der Quantenfeldtheorien ist die Quantenelektrodynamik (QED).

Glashow, Salam und Weinberg vereinigten 1962-1973 die elektromagnetische und schwache Wechselwirkung zur elektroschwachen Wechselwirkung (Vorhersage von

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

W- und Z-Teilchen). Diese Theorien wurden experimentell bestätigt, wobei sich die Massen

$$\begin{aligned}m_\gamma &= 0 \\M_W &= 80.426 \pm 0.034 \text{ GeV}/c^2 \\M_Z &= 91.1875 \pm 0.0021 \text{ GeV}/c^2\end{aligned}\tag{1.2}$$

aus den Experimenten ergaben. Das Problem der Theorie ist jedoch, dass diese nur funktioniert, wenn alle Teilchen als masselos angenommen werden. Ein Ausweg stellt ein zusätzliches Feld dar, das sog. *Higgsfeld* bzw. das Higgsteilchen, vorgeschlagen von Prof. P. Higgs (Universität Edinburgh) und anderen Theoretischen Physikern (R. Brout, F. Englert, G. Guralnik, C. Hagen, P. Higgs, T. Kibble)

Wichtige offene Fragen der Teilchenphysik sind

1. Masse: Was ist der Ursprung der Masse? Existiert das Higgs Teilchen?
2. Vereinheitlichung
  - Können die Wechselwirkungen vereinheitlicht werden?
  - Gibt es neue Materiezustände, z.B. in Form von supersymmetrischen Teilchen? Stellen diese die Dunkle Materie im Universum dar?
3. Generationenproblem
  - Warum gibt es drei Familien von Teilchen?
  - Was ist die Ursache der Asymmetrie zwischen Materie und Antimaterie?

## 1.2 Gegenstand der Kernphysik

Gegenstand der Kernphysik sind

- Studium der stabilen und angeregten Atomkerne
- Wechselwirkung der Atomkerne untereinander
- Wechselwirkung zwischen Elementarteilchen und Atomkernen

Ziel ist die Zurückführung auf die elementaren Wechselwirkungen zwischen den Elementarteilchen. Schwierigkeiten hierbei sind

- Es handelt sich um ein Vielteilchensystem
- Überlagerung dreier Wechselwirkungen (starke, elektromagnetische und schwache Wechselwirkung)
- Eine störungstheoretische Berechnung der starken Wechselwirkung ist bei Abständen der Atomkerne ( $\sim 10^{-15} \text{ m}$ ) nicht möglich

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

→ Einen Ausweg stellen Parametrisierungen (effektive Theorien) und Kernmodelle (Vielteilchensysteme, Näherungsverfahren dar).

Technische Bedeutung findet die Kernphysik unter anderem in

- Energiegewinnung
- Medizinische Diagnostik und Therapie
- Spurenelementanalysen
- Spurenelementanalysen
- Geologische und archäologische Datierung
- Entwicklung experimenteller Methoden (Beschleuniger, Detektoren, ns-Elektronik, Koinzidenzmessungen,...)
- ...

### 1.3 Einheitensystem der Teilchenphysik

Das MKS-System (SI-Einheiten) mit den Basiseinheiten m, kg, s ist in der Teilchenphysik ungeeignet → Es wird das eV als Energieeinheit verwendet. Dabei ist

$$\begin{aligned}1\text{eV} &= 1.602 \cdot 10^{-19}\text{C} \cdot 1\text{V} = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{J} \\10^3\text{eV} &= 1\text{keV} \text{ (Atomphysik)} \\10^6\text{eV} &= 1\text{MeV} \text{ (Kernphysik)} \\10^9\text{eV} &= 1\text{GeV} \text{ (Teilchnphysik)} \\10^{12}\text{eV} &= 1\text{TeV} \text{ (LHC)}\end{aligned}\tag{1.3}$$

Relativistische Energie-Impuls-Beziehung lautet:

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4},\tag{1.4}$$

wobei  $p$  der Impuls und  $m$  die Ruhemasse eines Teilchens sind. Im Grenzfall eines ruhenden Teilchens bzw. eines masselosen Teilchens ergibt sich

$$\begin{aligned}p = 0 : E &= mc^2 \\m = 0 : E &= pc\end{aligned}\tag{1.5}$$

Somit lässt sich die Einheit der Masse und des Impulses festlegen als

$$\begin{aligned}[m] &= \frac{\text{eV}}{c^2} \\[p] &= \frac{\text{eV}}{c}\end{aligned}\tag{1.6}$$

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

Die zwei fundamentalen Konstanten, die hier regelmäßig auftauchen sind

$$\begin{aligned}
 c &= 2.9979 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\
 \hbar &= 6.5822 \cdot 10^{-22} \text{ MeV} \cdot \text{s} \\
 \Rightarrow \hbar c &= 197.33 \text{ MeV} \cdot \text{fm} \\
 1 \text{ fm} &= 10^{-15} \text{ m}
 \end{aligned}
 \tag{1.7}$$

Meist geht man zu sog. *natürlichen Einheiten* über, d.h. man setzt:

$$\hbar = c = 1 \tag{1.8}$$

Somit werden die Einheiten zu:

- Energie, Impuls, Masse: eV

$$\begin{aligned}
 m(p) &= 0.938 \text{ GeV} \\
 m(e) &= 0.511 \text{ MeV}
 \end{aligned}
 \tag{1.9}$$

- Länge

$$\begin{aligned}
 \hbar c &= 0.1973 \text{ GeV} \cdot \text{fm} \\
 1 \text{ fm} &\hat{=} \frac{1}{0.1973} \text{ GeV}^{-1} = 5.07 \text{ GeV}^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{1.10}$$

- Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  (im Folgenden auch W'querschnitt genannt): Grundeinheit ist 1b (barn)

$$\begin{aligned}
 1 \text{ b} &= 10^{-24} \text{ cm}^2 \\
 (\hbar c)^2 &= (0.1973)^2 \text{ GeV}^2 \text{ fm}^2 \\
 \Rightarrow 1 \text{ GeV}^{-2} &= 0.389 \cdot 10^{-31} \text{ m}^2 = 0.389 \text{ mb} \\
 1 \text{ GeV}^{-2} &= 0.389 \text{ mb}
 \end{aligned}
 \tag{1.11}$$

- Zeit:

$$\begin{aligned}
 \hbar &= 6.6 \cdot 10^{-25} \text{ GeV} \cdot \text{s} \stackrel{!}{=} 1 \\
 \Rightarrow 1 \text{ s} &= 1.52 \cdot 10^{24} \text{ GeV}^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{1.12}$$

Zum Vergleich: Im SI-System ist das Kraftgesetz für elektrische Ladungen

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}, \tag{1.13}$$

im Heaviside-Lorentz System

$$F = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}, \quad q_{\text{HL}} = \frac{q_{\text{SI}}}{\sqrt{\epsilon_0}}, \tag{1.14}$$

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

und im Gauß'schen System

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}, \quad q_G = \frac{1}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} q_{\text{SI}}. \quad (1.15)$$

Die Feinstrukturkonstante:

$$\alpha := \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137.036} \quad (1.16)$$

ist in allen Systemen gleich!

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{SI}} &= \frac{e_{\text{SI}}^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot \hbar c} \\ \alpha_{\text{HL}} &= \frac{e_{\text{HL}}^2}{4\pi \cdot \hbar c} = \frac{e_{\text{SI}}^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot \hbar c} \\ \alpha_{\text{G}} &= \frac{e_{\text{G}}^2}{\hbar c} = \frac{e_{\text{SI}}^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot \hbar c} \end{aligned} \quad (1.17)$$

# 1. Einleitung und Grundbegriffe

## Formulas and Constants

### Particle Data

Mass in  $\text{MeV}/c^2$ , lifetime in seconds, charge in units of the proton charge.

#### Leptons (spin 1/2)

Generation	Flavor	Charge	Mass*	Lifetime	Principal Decays
first	$e$ (electron)	-1	0.510999	$\infty$	-
	$\nu_e$ ( $e$ neutrino)	0	0	$\infty$	-
second	$\mu$ (muon)	-1	105.659	$2.19703 \times 10^{-6}$	$e\nu_\mu\bar{\nu}_e$
	$\nu_\mu$ ( $\mu$ neutrino)	0	0	$\infty$	-
third	$\tau$ (tau)	-1	1776.99	$2.91 \times 10^{-13}$	$e\nu_\tau\bar{\nu}_e, \mu\nu_\tau\bar{\nu}_\mu, \pi^- \nu_\tau$
	$\nu_\tau$ ( $\tau$ neutrino)	0	0	$\infty$	-

\*Neutrino masses are extremely small, and for most purposes can be taken to be zero; for details see Chapter 11.

#### Quarks (spin 1/2)

Generation	Flavor	Charge	Mass*
first	$d$ (down)	-1/3	7
	$u$ (up)	2/3	3
second	$s$ (strange)	-1/3	120
	$c$ (charm)	2/3	1200
third	$b$ (bottom)	-1/3	4300
	$t$ (top)	2/3	174000

\*Light quark masses are imprecise and speculative; for effective masses in mesons and baryons, see Chapter 5.

#### Mediators (spin 1)

Force	Mediator	Charge	Mass*	Lifetime	Principal Decays
Strong	$g$ (8 gluons)	0	0	$\infty$	-
Electromagnetic	$\gamma$ (photon)	0	0	$\infty$	-
Weak	$W^\pm$ (charged)	$\pm 1$	80,420	$3.11 \times 10^{-25}$	$e^+ \nu_e, \mu^+ \nu_\mu, \tau^+ \nu_\tau, cX \rightarrow \text{hadrons}$
	$Z^0$ (neutral)	0	91,190	$2.64 \times 10^{-25}$	$e^+ e^-, \mu^+ \mu^-, \tau^+ \tau^-, q\bar{q} \rightarrow \text{hadrons}$

Abbildung 1.1: aus Ref. [6]

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

### Baryons (spin 1/2)

Baryon	Quark Content	Charge	Mass	Lifetime	Principal Decays
$N \begin{cases} p \\ n \end{cases}$	$uud$ $udd$	1 0	938.272 939.565	$\infty$ 885.7	– $p\bar{e}\bar{\nu}_e$
$\Lambda$	$uds$	0	1115.68	$2.63 \times 10^{-10}$	$p\pi^-, n\pi^0$
$\Sigma^+$	$uus$	1	1189.37	$8.02 \times 10^{-11}$	$p\pi^0, n\pi^+$
$\Sigma^0$	$uds$	0	1192.64	$7.4 \times 10^{-20}$	$\Lambda\gamma$
$\Sigma^-$	$dds$	-1	1197.45	$1.48 \times 10^{-10}$	$n\pi^-$
$\Xi^0$	$uss$	0	1314.8	$2.90 \times 10^{-10}$	$\Lambda\pi^0$
$\Xi^-$	$dss$	-1	1321.3	$1.64 \times 10^{-10}$	$\Lambda\pi^-$
$\Lambda_c^+$	$udc$	1	2286.5	$2.00 \times 10^{-13}$	$pK\pi, \Lambda\pi\pi, \Sigma\pi\pi$

### Baryons (spin 3/2)

Baryon	Quark Content	Charge	Mass	Lifetime	Principal Decays
$\Delta$	$uuu, uud, udd, ddd$	2,1,0,-1	1232	$5.6 \times 10^{-24}$	$N\pi$
$\Sigma^*$	$uus, uds, dds$	1,0,-1	1385	$1.8 \times 10^{-23}$	$\Lambda\pi, \Sigma\pi$
$\Xi^*$	$uss, dss$	0,-1	1533	$6.9 \times 10^{-23}$	$\Xi\pi$
$\Omega^-$	$sss$	-1	1672	$8.2 \times 10^{-11}$	$\Lambda K^-, \Xi\pi$

### Pseudoscalar Mesons (spin 0)

Meson	Quark Content	Charge	Mass	Lifetime	Principal Decays
$\pi^\pm$	$u\bar{d}, d\bar{u}$	1,-1	139.570	$2.60 \times 10^{-8}$	$\mu\nu_\mu$
$\pi^0$	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	134.977	$8.4 \times 10^{-17}$	$\gamma\gamma$
$K^\pm$	$u\bar{s}, s\bar{u}$	1,-1	493.68	$1.24 \times 10^{-8}$	$\mu\nu_\mu, \pi\pi, \pi\pi\pi$
$K^0, \bar{K}^0$	$d\bar{s}, s\bar{d}$	0	497.65	$\begin{cases} K_S^0: 8.95 \times 10^{-11} \\ K_L^0: 5.11 \times 10^{-8} \end{cases}$	$\pi\pi$ $\pi e\nu_e, \pi\mu\nu_\mu, \pi\pi\pi$
$\eta$	$(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$	0	547.51	$5.1 \times 10^{-19}$	$\gamma\gamma, \pi\pi\pi$
$\eta'$	$(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$	0	957.78	$3.2 \times 10^{-21}$	$\eta\pi\pi, \rho\gamma$
$D^\pm$	$c\bar{d}, d\bar{c}$	1,-1	1869.3	$1.04 \times 10^{-12}$	$K\pi\pi, K\mu\nu_\mu, Ke\nu_e$
$D^0, \bar{D}^0$	$c\bar{u}, u\bar{c}$	0	1864.5	$4.1 \times 10^{-13}$	$K\pi\pi, Ke\nu_e, K\mu\nu_\mu$
$D_s^\pm$	$c\bar{s}, s\bar{c}$	1,-1	1968.2	$5.0 \times 10^{-13}$	$\eta\rho, \phi\pi\pi, \phi\rho$
$B^\pm$	$u\bar{b}, b\bar{u}$	1,-1	5279.0	$1.6 \times 10^{-12}$	$D^*\ell\nu_\ell, D\ell\nu_\ell, D^*\pi\pi\pi$
$B^0, \bar{B}^0$	$d\bar{b}, b\bar{d}$	0	5279.4	$1.5 \times 10^{-12}$	$D^*\ell\nu_\ell, D\ell\nu_\ell, D^*\pi\pi$

### Vector Mesons (spin 1)

Meson	Quark Content	Charge	Mass	Lifetime	Principal Decays
$\rho$	$u\bar{d}, (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}, d\bar{u}$	1,0,-1	775.5	$4 \times 10^{-24}$	$\pi\pi$
$K^*$	$u\bar{s}, d\bar{s}, s\bar{d}, s\bar{u}$	1,0,-1	894	$1 \times 10^{-23}$	$K\pi$
$\omega$	$(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	782.6	$8 \times 10^{-23}$	$\pi\pi\pi, \pi\gamma$
$\psi$	$c\bar{c}$	0	3097	$7 \times 10^{-21}$	$e^+e^-, \mu^+\mu^-, 5\pi, 7\pi$
$D^*$	$c\bar{d}, c\bar{u}, u\bar{c}, d\bar{c}$	1,0,-1	2008	$3 \times 10^{-21}$	$D\pi, D\gamma$
$\Upsilon$	$b\bar{b}$	0	9460	$1 \times 10^{-20}$	$e^+e^-, \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^-$

Abbildung 1.2: aus Ref. [6]

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

$$\text{Spin 1: } \begin{cases} \text{Incoming: } \epsilon_\mu \\ \text{Outgoing: } \epsilon_\mu^* \end{cases} \begin{cases} \text{Massless: } \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \\ \text{Massive: } \frac{-i[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / (mc)^2]}{q^2 - (mc)^2} \end{cases}$$

(For vertex factors see Appendix D.)

## Fundamental Constants

Planck's constant:	$\hbar$	$= 1.05457 \times 10^{-34} \text{ J s}$ $= 6.58212 \times 10^{-22} \text{ MeV s}$
Speed of light:	$c$	$= 2.99792 \times 10^8 \text{ m/s}$
Mass of electron:	$m_e$	$= 9.10938 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.510999 \text{ MeV}/c^2$
Mass of proton:	$m_p$	$= 1.67262 \times 10^{-27} \text{ kg} = 938.272 \text{ MeV}/c^2$
Electron charge (magnitude):	$e$	$= 1.60218 \times 10^{-19} \text{ C}$ $= 4.80320 \times 10^{-10} \text{ esu}$
Fine structure constant:	$\alpha$	$= e^2 / \hbar c = 1/137.036$
Bohr radius:	$a$	$= \hbar^2 / m_e e^2 = 5.29177 \times 10^{-11} \text{ m}$
Bohr energies:	$E_n$	$= -m_e e^4 / 2\hbar^2 n^2 = -13.6057/n^2 \text{ eV}$
Classical electron radius:	$r_e$	$= e^2 / m_e c^2 = 2.81794 \times 10^{-15} \text{ m}$
QED coupling constant:	$g_e$	$= e\sqrt{4\pi/\hbar c} = 0.302822$
Weak coupling constants:	$g_w$	$= g_e / \sin \theta_w = 0.6295;$
	$g_z$	$= g_w / \cos \theta_w = 0.7180$
Weak mixing angle:	$\theta_w$	$= 28.76^\circ \quad (\sin^2 \theta_w = 0.2314)$
Strong coupling constant:	$g_s$	$= 1.214$

## Conversion Factors

1 Å	$= 0.1 \text{ nm} = 10^{-10} \text{ m}$
1 fm	$= 10^{-15} \text{ m}$
1 barn	$= 10^{-28} \text{ m}^2$
1 eV	$= 1.60218 \times 10^{-19} \text{ J}$
1 MeV/c <sup>2</sup>	$= 1.78266 \times 10^{-30} \text{ kg}$
1 Coulomb	$= 2.99792 \times 10^{-9} \text{ esu}$

Abbildung 1.3: aus Ref. [6]

1. Einleitung und Grundbegriffe

**TABLE 1.2a**

Conventional Mass, Length, Time Units, and Positron Charge in Terms of  $\hbar = c = 1$  Energy Units

Conversion Factor	$\hbar = c = 1$ Units	Actual Dimension
$1 \text{ kg} = 5.61 \times 10^{26} \text{ GeV}$	GeV	$\frac{\text{GeV}}{c^2}$
$1 \text{ m} = 5.07 \times 10^{15} \text{ GeV}^{-1}$	$\text{GeV}^{-1}$	$\frac{\hbar c}{\text{GeV}}$
$1 \text{ sec} = 1.52 \times 10^{24} \text{ GeV}^{-1}$	$\text{GeV}^{-1}$	$\frac{\hbar}{\text{GeV}}$
$e = \sqrt{4\pi\alpha}$	—	$(\hbar c)^{1/2}$

**TABLE 1.2b**

Some Useful Conversion Factors

$$1 \text{ TeV} = 10^3 \text{ GeV} = 10^6 \text{ MeV} = 10^9 \text{ KeV} = 10^{12} \text{ eV}$$

$$1 \text{ fermi} \equiv 1 \text{ F} = 10^{-13} \text{ cm} = 5.07 \text{ GeV}^{-1}$$

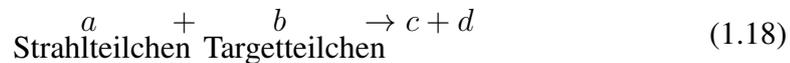
$$(1 \text{ F})^2 = 10 \text{ mb} = 10^4 \mu\text{b} = 10^7 \text{ nb} = 10^{10} \text{ pb}$$

$$(1 \text{ GeV})^{-2} = 0.389 \text{ mb}$$

Abbildung 1.4: aus Ref. [6]

## 1.4 Wirkungsquerschnitte (cross section)

Bei einem Streuprozess trifft ein Strahl  $a$  auf ein Target  $b$ , woraus  $c$  und  $d$  resultieren:



Man unterscheidet zwischen *elastischen* und *inelastischen* Reaktionen:

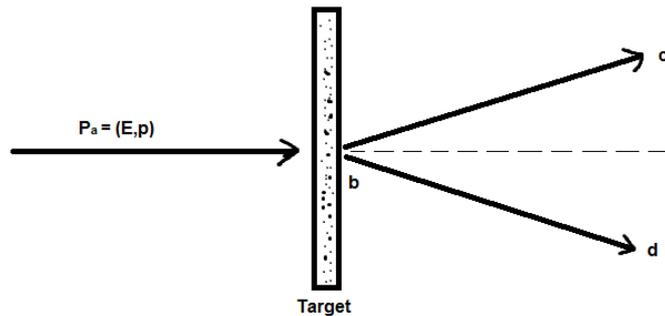


Abbildung 1.5: Streuung von Strahlteilchen  $a$  an Targetteilchen  $b$ .

- (i) Elastische Streuung: Die Teilchen vor und nach dem Stoß sind identisch, lediglich Energie und Impuls werden umverteilt, d.h. es findet ein Rückstoß bzw. ein Impulsübertrag auf Teilchen  $b$  statt:

$$a(P_a) + b(P_b) \rightarrow a(P'_a) + b(P'_b) \quad (1.19)$$

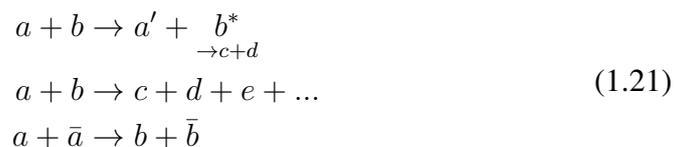
- Energie/Impuls der einzelnen Teilchen sind geändert, die Gesamtenergie und der Gesamtimpuls bleiben jedoch erhalten:

$$P_a + P_b = P'_a + P'_b \quad (1.20)$$

- Es gibt einen festen Zusammenhang zwischen Streuwinkel  $\theta$  und Energie  $E'_a$  des gestreuten Teilchens

Aus der Variation der Streuraten mit der Einfallenergie und dem Streuwinkel können Rückschlüsse auf die räumliche Gestalt des streuenden Objekts gemacht werden (vgl. Optik). Das Auflösungsvermögen ist durch die Wellenlänge des einlaufenden Teilchens festgelegt.

- (ii) Inelastische Streuung: Die Teilchen vor und nach dem Stoß sind verschieden, es können neue Teilchen entstehen, z.B. über Anregungsprozesse oder Vernichtungsreaktionen. Beispiele:



## 1. Einleitung und Grundbegriffe

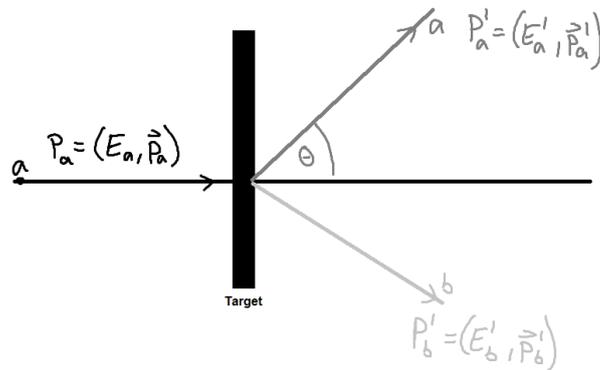


Abbildung 1.6: Elastischer Stoß eines Teilchens  $a$  mit Viererimpuls  $P_a = (E_a, \vec{p}_a)$  an einem Target. Die Auslaufenden Teilchen besitzen die Viererimpulse  $P'_a$  und  $P'_b$

Neue Teilchen entstehen, z.B. angeregte Teilchenzustände ( $b^*$ , Kernphysik), neue Teilchen ( $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ ) oder auch Vernichtungsreaktionen  $a + \bar{a} \rightarrow b + \bar{b}$  könne stattfinden.

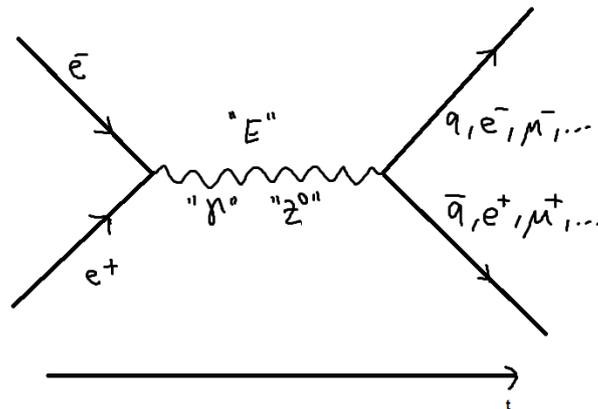


Abbildung 1.7: Feynman Diagramm der Vernichtung von Elektron und Positron (inelastische Streuung)

Wichtige Parameter zur Berechnung der Reaktionsrate  $\dot{N} = \frac{dN}{dt}$ , d.h. der stattfindenden Streuprozesse pro Zeiteinheit, sind:

- (i) Fluss der einlaufenden Teilchen  $\phi_a$ : Der Fluss entspricht der Zahl der Strahlteilchen, die pro Flächeneinheit und Zeiteinheit auf das Target treffen.

$$\phi_a = n_a \cdot v_a \quad (1.22)$$

wobei  $n_a$  die Dichte und  $v_a$  die Geschwindigkeit der Strahlteilchen ist.

$$[\phi_a] = \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \quad (1.23)$$

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

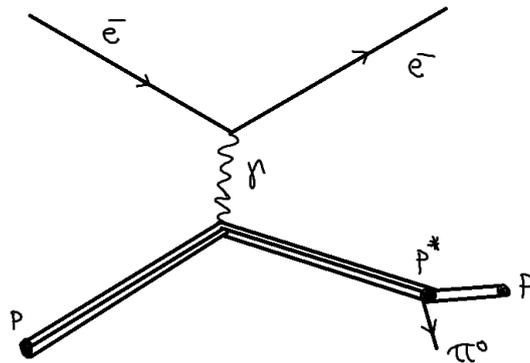


Abbildung 1.8: Feynman Diagramm einer inelastischen Elektron-Proton-Streuung

- (ii) Die Anzahl der Streuzentren  $N_b$  (Stoßpartner) im Target, innerhalb der Fläche  $A$ , die vom Strahl getroffen wird.

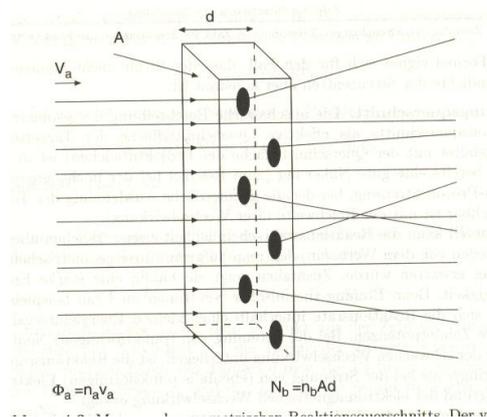


Abbildung 1.9: Skizze zur Messung des geometrischen Reaktionsquerschnitts (aus Ref. [3])

- (iii) *Wirkungsquerschnitt*  $\sigma$ : Der Wirkungsquerschnitt wird durch die Physik, d.h. durch die zu Grunde liegende Wechselwirkung bestimmt. Für vorgegebene Flussgrößen ( $\phi_a, N_b$ ) ist die Reaktionsrate proportional zum Wirkungsquerschnitt:

$$\dot{N} = \phi_a \cdot N_b \cdot \sigma \quad (1.24)$$

woraus sich für  $\sigma$  ergibt, dass

$$\sigma = \frac{\dot{N}}{\phi_a \cdot N_b} \quad (1.25)$$

und damit die Einheit des Wirkungsquerschnitts

$$[\sigma] = \frac{1}{s} \text{cm}^2 \cdot s = \text{cm}^2 \quad (1.26)$$

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

Die Grundeinheit ist das barn  $1\text{b} = 10^{-24}\text{cm}^2$ . Dabei reichen die üblichen Größen von  $1\text{mb} = 10^{-27}\text{cm}^2$  in der Kernphysik über  $1\text{nb} = 10^{-33}\text{cm}^2$  bei der starken Wechselwirkung bis hin zu  $1\text{fb} = 10^{-39}\text{cm}^2$  bei der schwachen Wechselwirkung und Higgs-Produktion.

$\sigma, \phi_a$  und  $N_b$  besitzen grundlegend verschiedene Eigenschaften:

- $\phi_a$  und  $N_b$  sind von außen durch den experimentellen Aufbau kontrollierbar
- $\sigma$  ist eine intrinsische Größe, die durch die Stärke der zu Grunde liegenden Wechselwirkung charakterisiert ist. Zudem hängt  $\sigma$  von der Energie der Teilchen ab.

Beispiele:

(i) Proton-Proton-Streuung bei einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 10\text{GeV}$

$$\sigma_{pp}(10\text{GeV}) \approx 40\text{mb} \quad (1.27)$$

Die zu Grunde liegende Wechselwirkung ist die starke Wechselwirkung.

(ii) Neutrino-Proton-Streuung:

$$\sigma_{\nu p}(10\text{GeV}) \approx 10^{-42}\text{cm}^2 = 10^{-15}\text{mb} \quad (1.28)$$

Die zu Grunde liegende Wechselwirkung ist die schwache Wechselwirkung.

Klassisch kann der Wirkungsquerschnitt als „Fläche“ veranschaulicht werden, quantenmechanisch spielt die „Fläche“ keine Rolle. Man betrachtet dabei Streureaktionen von „punktförmigen“ Teilchen aneinander oder die Streuung von punktförmigen Teilchen am Coulomb-Potential  $V(r) \sim \frac{Ze^2}{r}$ .

- Das Produkt  $\phi_a \cdot N_b$  wird häufig als *Luminosität*  $\mathcal{L}$  bezeichnet (insbesondere bei Speicherringexperimenten). Die Luminosität besitzt die Dimension  $[\mathcal{L}] = \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$

$$\Rightarrow \dot{N} = \mathcal{L} \cdot \sigma \quad (1.29)$$

Sei  $n$  die Zahl der Teilchenpakete (bunches),  $N_a, N_b$  die Zahl der Teilchen in den Paketen,  $f$  die Umlauffrequenz und  $s_a, s_b$  die Standardabweichungen des Strahlprofils bei der Kollision unter Annahme gaußförmiger Strahlprofile. Dann ist

$$\mathcal{L} = f \cdot n \frac{N_a \cdot N_b}{4\pi \cdot s_a \cdot s_b} \quad (1.30)$$

Typische Werte sind  $\mathcal{L}(e^+e^-) \sim 10^{31} - 10^{32}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  und  $\mathcal{L}(pp) \sim 10^{32}$  (Tevatron) –  $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  (LHC). Zum Vergleich: Trifft ein Strahl von  $2 \cdot 10^{12}$  Protonen/s auf ein flüssig-Wasserstoff-Target mit einer Länge von 1m, so ist die Luminosität  $\mathcal{L} = 10^{37}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ .

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

Bislang wurde der totale Wirkungsquerschnitt betrachtet, der die Gesamtzahl aller Reaktionen, ohne Differenzierung nach weiteren Ereigniseigenschaften, wie z.B. Streuwinkel  $\theta$  oder Energie der auslaufenden Teilchen erfasst. → Man betrachtet einen *differentiellen Wirkungsquerschnitt*, beispielsweise

- (i) Wirkungsquerschnitt für die Streuung in den Raumwinkelbereich  $d\Omega = \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$

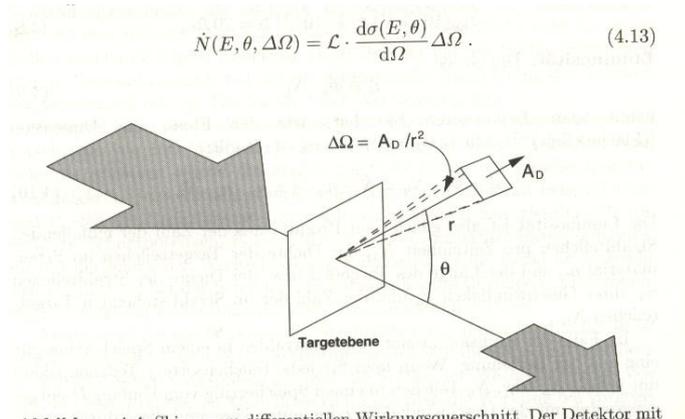


Abbildung 1.10: Skizze zur Illustration des differentiellen Wirkungsquerschnitts (aus Ref. [3])

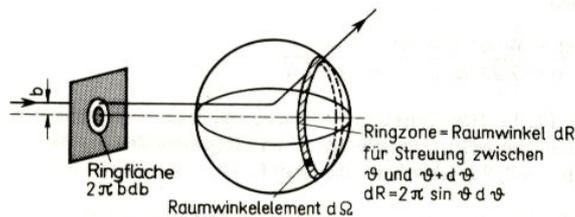


Abbildung 1.11: Skizze zur Illustration des differentiellen Wirkungsquerschnitts, Beziehung zwischen Stoßparameter und Streuwinkel (aus Ref. [1])

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \frac{\dot{N}_\Omega}{\phi_a \cdot N_b} \quad (1.31)$$

wobei  $\dot{N}_\Omega$  = Anzahl der pro Zeiteinheit nach  $d\Omega$  gestreuten Teilchen.

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega, \quad d\Omega = \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi \quad (1.32)$$

Oftmals ist das Streuproblem axialsymmetrisch und es wird der differentielle Wirkungsquerschnitt  $\left( \frac{d\sigma}{d\theta} \right)$  für die Streuung unter einem Winkel  $\theta$  betrachtet,

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

bzw. in den Streuwinkelbereich zwischen  $\theta$  und  $(\theta + d\theta)$ . In diesem Fall kann über den Winkel  $\varphi$  integriert werden:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\theta} \cdot d\theta &= \int_0^{2\pi} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta d\varphi \\
 &= \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta \cdot \int_0^{2\pi} \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi \\
 &= \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta \cdot 2\pi \cdot \sin \theta \cdot d\theta
 \end{aligned} \tag{1.33}$$

Dabei ist  $\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta$  der differentielle Wirkungsquerschnitt für  $\theta = \text{const.}$  (festgehalten). Hieraus ergibt sich

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\theta} = 2\pi \cdot \sin \theta \cdot \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta} \tag{1.34}$$

Bei einem klassischen Streuprozess besteht eine feste Beziehung zwischen dem Abstand (Stoßparameter)  $b$ , unter welchem die Teilchen auf das Streuzentrum einlaufen und Streuwinkel  $\theta$ . Der Streuwinkel  $\theta$  ist eine Funktion von  $b$  und der Energie  $E$ :  $\theta = \theta(b, E)$ : Auf Grund der Unitarität (Erhaltung der Teilchenzahl) werden Teilchen im Kreisring zwischen  $b$  und  $(b + db)$  in das Raumwinkelement  $dR$  gestreut.

$$\Rightarrow 2\pi \cdot b \cdot db \rightarrow dR = 2\pi \cdot \sin \theta \cdot d\theta \tag{1.35}$$

Die Zahl der einlaufenden Teilchen pro Zeiteinheit

$$\dot{N}_{\text{in}} = \phi_a \cdot 2\pi \cdot b \cdot db \tag{1.36}$$

muss gleich der Zahl der pro Zeiteinheit in den Winkelbereich  $[\theta, \theta + d\theta]$  gestreuten Teilchen

$$\dot{N}_{\text{out}} = \phi_a \cdot 2\pi \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta \tag{1.37}$$

sein:  $\dot{N}_{\text{in}} = \dot{N}_{\text{out}}$ .

$$\boxed{\Rightarrow \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta = \frac{b}{\sin \theta} \cdot \left| \frac{db}{d\theta} \right|} \tag{1.38}$$

In der klassischen Mechanik ist der differentielle Wirkungsquerschnitt also bekannt, sobald die Funktion  $b(\theta)$  bekannt ist.

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

- (ii) Verallgemeinerung auf *doppelt-differentielle* Wirkungsquerschnitte (relevant für inelastische Streuprozesse)

$$\frac{d^2\sigma(E, E', \theta)}{d\Omega \cdot dE'} \quad (1.39)$$

Beschreibt eine Streuung in den Raumwinkelement  $d\Omega$  bzw.  $(\theta, \theta + d\theta)$  mit der Energie des auslaufenden Teilchens im Intervall  $[E', E' + dE']$ . Dabei bezeichnet  $E$  die Energie des einlaufenden Teilchens,  $E'$  die des auslaufenden Teilchens und  $\theta$  den Streuwinkel.

$$\sigma = \int_0^{E'_{\max}} \int \Omega \frac{d^2\sigma(E, E', \theta)}{d\Omega \cdot dE'} \cdot d\Omega \cdot dE' \quad (1.40)$$

## 1.5 Relativistische Kinematik

### 1.5.1 Lorentz-Transformation

Grundlage bildet die spezielle Relativitätstheorie → In jedem Inertialsystem gelten die gleichen physikalischen Gesetze. Ein Inertialsystem ist ein System, in welchem das 1. Newtonsche Gesetz (Trägheitsgesetz) gilt.

Wir betrachten zwei Inertialsysteme  $S$  und  $S'$ , die sich mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  zueinander bewegen. O.B.d.A. sei diese Bewegung in  $x$ -Richtung. Der Übergang zwischen diesen Systemen wird durch die Lorentz-Transformation beschrieben:

$$\begin{aligned} x' &= \gamma \cdot (x - v \cdot t) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma \left( t - \frac{v}{c^2} \cdot x \right) \end{aligned} \quad (1.41)$$

wobei  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$ . Die inverse Transformation lautet

$$\begin{aligned} x &= \gamma \cdot (x' + vt') \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \gamma \left( t' + \frac{v}{c^2} \cdot x' \right) \end{aligned} \quad (1.42)$$

Die Konsequenzen der Lorentz-Transformation umfassen

- (i) Relativität der Gleichzeitigkeit:

- *Gleichzeitigkeit* hängt von der Bewegung der Bezugssysteme ab

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

- Ereignisse, die in einem Bezugssystem gleichzeitig stattfinden, sind im anderen Bezugssystem nicht gleichzeitig.
- Zwei gleichzeitige Ereignisse in  $S$  seien gekennzeichnet durch:  $t, x_A, y, z$  und  $t, x_B, y, z$ ,
- Für die Zeiten  $t'$  der Ereignisse  $A$  und  $B$  ergibt sich im System  $S'$ :

$$\begin{aligned}t'_A &= \gamma \cdot \left( t - \frac{v}{c^2} \cdot x_A \right) \\t'_B &= \gamma \cdot \left( t - \frac{v}{c^2} \cdot x_B \right)\end{aligned}\tag{1.43}$$

- Hieraus ergibt sich:

$$\boxed{t'_A = t'_B + \gamma \cdot \frac{v}{c^2} \cdot (x_B - x_A)}\tag{1.44}$$

### (ii) Längenkontraktion

- Betrachte einen Stab der Länge  $L'$  im System  $S'$  ( $S'$  sei das Ruhesystem des Stabes)
- $L' = x'_2 - x'_1$
- Betrachte die Koordinaten, und damit die Länge des Stabes im System  $S$ :

$$\begin{aligned}x' &= \gamma \cdot (x - v \cdot t) \Rightarrow x'_1 = \gamma x_1 - \gamma v \cdot t \\x'_2 &= \gamma x_2 - \gamma v \cdot t\end{aligned}\tag{1.45}$$

- Hieraus ergibt sich

$$\boxed{L = x_2 - x_1 = \frac{x'_2}{\gamma} - \frac{x'_1}{\gamma} = \frac{1}{\gamma} (x'_2 - x'_1) = \frac{L'}{\gamma}}\tag{1.46}$$

→ Das bewegte Objekt erscheint um einen Faktor  $\gamma$  in der Länge verkürzt, bezogen auf das Ruhesystem des Objekts.

### (iii) Zeitdilatation

- Eine Uhr in dem bewegten System laufe für einen Zeitraum  $T'$ ; welches Zeitintervall ergibt die Messung im System  $S$ ?
- o.B.d.A. sei  $t'_1 = 0$  bis  $t'_2 = T'$ ,  $\Delta t' = T'$ . Die Uhr sei im Ursprung von  $S'$ , d.h.  $x' = 0$
- Lorentztransformation:

$$\boxed{t = \gamma \left( t' + \frac{v}{c^2} x \right)}\tag{1.47}$$

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

$$\begin{aligned} \Rightarrow t_1 &= \gamma \cdot \left( 0 + \frac{v}{c^2} \cdot 0 \right) = 0 \\ \Rightarrow t_2 &= \gamma \cdot \left( T' + \frac{v}{c^2} \cdot 0 \right) = \gamma \cdot T' \end{aligned} \quad (1.48)$$

$$\boxed{\Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \gamma T'}$$

→ Die Uhr im System  $S$  durchläuft ein um den Faktor  $\gamma$  längeres Zeitintervall, oder: „bewegte Uhren gehen langsamer“.

Wichtig für die Teilchenphysik: Zeitdilatation relativistischer Teilchen (→ Lebensdauer)

### (iv) nicht-lineare Addition von Geschwindigkeiten

- Ein Teilchen bewege sich mit der Geschwindigkeit  $u'$  relativ zu  $S'$  in  $x'$ -Richtung; Welche Geschwindigkeit  $u$  hat es im Bezugssystem  $S$ ?

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = u = \frac{\gamma(\Delta x' + v \cdot \Delta t)}{\gamma(\Delta t' + \frac{v}{c^2} \cdot \Delta x')} = \frac{\frac{\Delta x'}{\Delta t'} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \cdot \frac{\Delta x'}{\Delta t'}} \quad (1.49)$$

$$\boxed{\Rightarrow u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v \cdot u'}{c^2}}} \quad (1.50)$$

klassisch ist  $u = u' + v$ , d.h. die relativistische Korrektur ist  $k := \frac{1}{1 + \frac{v \cdot u'}{c^2}}$

- Spezialfälle:

$$\begin{aligned} u' = c &\rightarrow u = \frac{c + v}{1 + \frac{v}{c}} = c \cdot \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}} = c \\ v = c = u' &\rightarrow u = c \cdot \frac{2}{2} = c \end{aligned} \quad (1.51)$$

→ Die Lichtgeschwindigkeit stellt in allen Inertialsystemen die maximale Geschwindigkeit dar.

## 1.5.2 Vierervektoren

Orts- und Zeit-Vektor: Die Lorentz-Transformation koppelt Orts- und Zeitkoordinaten, Zusammenfassung der vier Koordinaten in einen Raum-Zeit-Vektor, einem sog. *Vierervektor*:

$$x^\mu := \begin{pmatrix} c \cdot t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} x^0 &= c \cdot t \\ x^1 &= x \\ x^2 &= y \\ x^3 &= z \end{aligned} \quad (1.52)$$

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

Transformation:

$$\begin{aligned}x^{0'} &= \gamma (x^0 - \beta \cdot x^1) \\x^{1'} &= \gamma (x^1 - \beta \cdot x^0) \\x^{2'} &= x^2 \\x^{3'} &= x^3\end{aligned}\tag{1.53}$$

wobei  $\beta := \frac{v}{c}$ ,  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ . In Einstein'scher Summenkonvention lässt sich dies kompakt schreiben als

$$x^{\mu'} = \sum_{\nu=0}^3 \Lambda_{\nu}^{\mu} \cdot x^{\nu} = \Lambda_{\nu}^{\mu} \cdot x^{\nu}, \quad (\mu = 0, 1, 2, 3)\tag{1.54}$$

wobei

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\tag{1.55}$$

Allgemein bezeichnet man als *Vierervektoren*  $a^{\mu}$  vier-komponentige Objekte, welche sich wie  $x^{\mu}$  transformieren:

$$a^{\mu'} = \Lambda_{\nu}^{\mu} a^{\nu}\tag{1.56}$$

wobei  $\Lambda$  die Lorentz-Transformationsmatrix wie oben darstellt. Das Skalarprodukt von Vierervektoren unterscheidet sich von dem bei Dreiervektoren bekannten Skalarprodukt:

$$a^{\mu} \cdot b_{\mu} = a^0 b^0 - a^1 b^1 - a^2 b^2 - a^3 b^3 \Leftrightarrow a \cdot b = a^0 b^0 - \vec{a} \cdot \vec{b},\tag{1.57}$$

und entsprechend ist das Quadrat des Betrags eines Vierervektors

$$a^2 := a \cdot a = (a^0)^2 - \vec{a} \cdot \vec{a}\tag{1.58}$$

Je nach Wert von  $a^2$  spricht man davon, dass  $a$

- *zeitartig* ist, falls  $a^2 > 0$ ,
- *raumartig* ist, falls  $a^2 < 0$ ,
- *lichtartig* ist, falls  $a^2 = 0$ .

Als *Lorentz-Invarianten* bezeichnet man Kombination von Koordinaten, die invariant unter Lorentz-Transformationen sind, z.B.

$$\begin{aligned}I &= (x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2 \\ &= (x^{0'})^2 - (x^{1'})^2 - (x^{2'})^2 - (x^{3'})^2\end{aligned}\tag{1.59}$$

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

Mit der Metrik

$$g := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.60)$$

ergibt sich

$$I = g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = x_\nu x^\nu \quad (1.61)$$

wobei

$$x_\mu := g_{\mu\nu} x^\nu \quad (1.62)$$

ein *kovarianter Vektor* ist.  $x^\nu$  wird als *kontravarianteer Vektor* bezeichnet. Die Metrik bildet den Übergang zwischen kontravarianten und kovarianten Vektoren:

$$\begin{aligned} \text{kontravariant: } & (x^0, x^1, x^2, x^3) \\ \text{kovariant: } & (x_0, -x_1, -x_2, -x_3) \end{aligned} \quad (1.63)$$

Auf Grund der Diagonalform ist

$$g^{\mu\nu} = (G)^{-1} = g_{\mu\nu} \quad (1.64)$$

### 1.5.3 Tensoren

Tensoren stellen eine Verallgemeinerung von Vierervektoren dar. Ein Tensor  $n$ -ter Stufe  $S^{\mu\nu\dots}$  (mit  $n$  Indices) transformiert sich mit  $n$   $\Lambda$ -Matrizen:

$$S^{\mu\nu'} = \lambda_k^\mu \cdot \Lambda_\sigma^\nu \cdot S^{k\sigma} \quad (1.65)$$

Für einen Tensor zweiter Stufe (16 komponentiges Objekt). Tensoren 0. Stufe sind Skalare, Tensoren 1. Stufe Vierervektoren. Mit Hilfe der Metrik  $g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$  (Gleichheit gilt nur in der speziellen Relativitätstheorie!) lassen sich *kovariante* und *gemischte* Tensoren konstruieren:

$$\begin{aligned} S_\nu^\mu & := g_{\nu\lambda} \cdot S^{\mu\lambda} \\ S_{\mu\nu} & := g_{\mu k} \cdot g_{\nu\lambda} \cdot S^{k\lambda} \end{aligned} \quad (1.66)$$

Das Produkt von Tensoren ist ebenfalls ein Tensor.

### 1.5.4 Energie-Impuls Vektor

Die relativistische Energie und der Dreierimpuls bilden einen Vierervektor

$$P^\mu = \begin{pmatrix} E/c \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma \cdot m \cdot c \\ \gamma \cdot m \cdot \vec{v} \end{pmatrix} \quad (1.67)$$

## 1. Einleitung und Grundbegriffe

Relativistisch invariant ist das Produkt zweier Vierervektoren und somit speziell auch

$$\begin{aligned} P_\mu \cdot P^\mu &= \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 = \gamma^2 m^2 c^2 - \gamma^2 m^2 \vec{v}^2 \\ &= \gamma^2 m^2 c^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \\ &= \gamma^2 m^2 c^2 \frac{1}{\gamma^2} = m^2 c^2 \end{aligned} \tag{1.68}$$

$$\boxed{\Rightarrow E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

Der Energieterm des Impuls-Vierer-Vektors ist

$$E = \gamma \cdot mc^2 = mc^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \tag{1.69}$$

und für kleine Werte von  $\frac{v}{c}$ :

$$\begin{aligned} E &= mc^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots \right\} \\ &= mc^2 + \frac{1}{2} mv^2 + \frac{3}{8} m \frac{v^4}{c^2} + \dots \end{aligned} \tag{1.70}$$

Relativistisch sind die Energie- und Impulsbeziehungen

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \gamma \cdot m \cdot \vec{v} \\ E &= \gamma \cdot m \cdot c^2 \end{aligned} \tag{1.71}$$

und somit

$$\gamma = \frac{E}{E_0}, \quad \beta = \frac{v}{c} = \frac{p \cdot c}{E} \tag{1.72}$$

Beispiel: Für ein Proton mit  $E = 10\text{GeV}$  sind

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{10\text{GeV}}{0.938\text{GeV}} = 10.66 \\ \beta &= \frac{\sqrt{10^2 - 0.938^2}}{10} = 0.996 \end{aligned} \tag{1.73}$$

# Literaturverzeichnis

- [1] Th. Mayer-Kuckuck, *Kernphysik*, Teuber Verlag
- [2] J. Bleck-Neuhaus, *Elementare Teilchen - Moderne Physik von den Atomen bis zum Standardmodell*, Springer Verlag
- [3] B. Povh, K.Rith, C.Scholz und F. Zetsche, *Teilchen und Kerne*, Springer Verlag
- [4] K. Bethge, G. Walter und B. Wiedemann, *Kernphysik*, Springer Verlag
- [5] D. Griffith, *Introduction to Elementary Particles*, Verlag Wiley-VCH
- [6] F. Halzen und A.D. Martin, *Quarks & Leptons*, Verlag J. Wiley
- [7] C. Grupen, *Teilchendetektoren*, BI Wissenschaftsverlag
- [8] W.R.Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer Verlag
- [9] K. Kleinknecht, *Detektoren für Teilchenstrahlung*, Teuber Verlag
- [10] E. Bodenstedt, *Experimente der Kernphysik und ihre Deutung*, BI Wissenschaftsverlag (1978)
- [11] P. A. Tipler und R. A. Llewellyn, *Moderne Physik*, Oldenburg Verlag (2002)
- [12] W. Demtröder, *Experimentalphysik 4, Kern-, Teilchen- und Astrophysik*, Springer Verlag
- [13] *Reaktorphysik*, Universität Bonn (1982)