

# **Experimentalphysik V - Kern- und Teilchenphysik Vorlesungsmitschrift**

Dozent: Prof. K. Jakobs

Verfasser: R. Gugel

1. März 2013

# 10. Experimentelle Tests der Quantenchromodynamik

## 10.1 QCD-Effekte in $e + e^-$ -Kollisionen

Bislang wurde der Prozess  $e + e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$  betrachtet, der sich besonders als Referenzprozess eignet, da keine QCD Korrektur notwendig ist. Für hohe Energien ist der Wirkungsquerschnitt für  $e + e^- \rightarrow q\bar{q}$  ohne QCD-Korrekturen

$$\begin{aligned} \sigma(e + e^- \rightarrow q\bar{q}) &= 3 \cdot e_q^2 \cdot \sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-) \\ \sigma^{[0]} &= 3 \cdot e_q^2 \cdot \left( \frac{4}{3} \pi \frac{\alpha^2}{s} \right) \end{aligned} \quad (10.1)$$

Im Gegensatz zur Produktion von Myonen, kann an Quarks jedoch die starke Wechselwirkung angreifen, es kommt hierbei also zu sichtbaren QCD-Effekten, z.B. durch Gluonenabstrahlung  $\rightarrow$  3-Jet-Ereignisse<sup>1</sup>. Diese Korrekturen können theoretisch berechnet werden und ihre experimentelle Messung stellt einen wichtigen Test der Theorie dar.

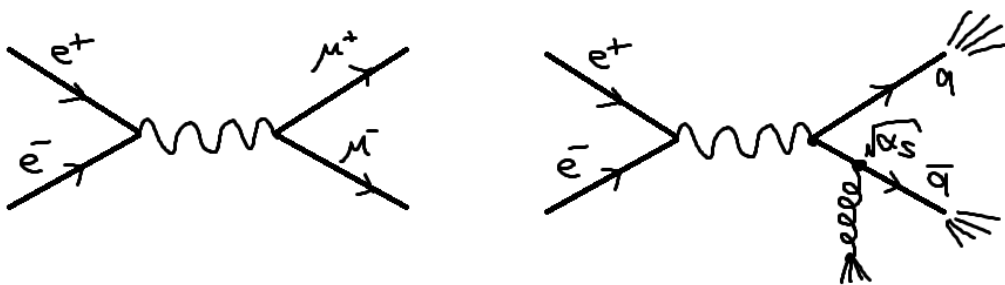


Abbildung 10.1: Myonen und Quark-Antiquark-Produktion in  $e^+ e^-$ -Kollisionen. Bei der Produktion von Quarks kommen noch Korrekturen durch die starke Wechselwirkung hinzu

In Abb. 10.2 ist die erste Ordnung der QCD-Korrekturen für die  $q\bar{q}$  Produktion dargestellt. Problem: Die einzelnen Beiträge divergieren! Es wurde jedoch bewiesen, dass

<sup>1</sup>Die erste Beobachtung von 3-Jet-Ereignissen am DESY 1977 gilt als Entdeckung des Gluons

10. Experimentelle Tests der Quantenchromodynamik

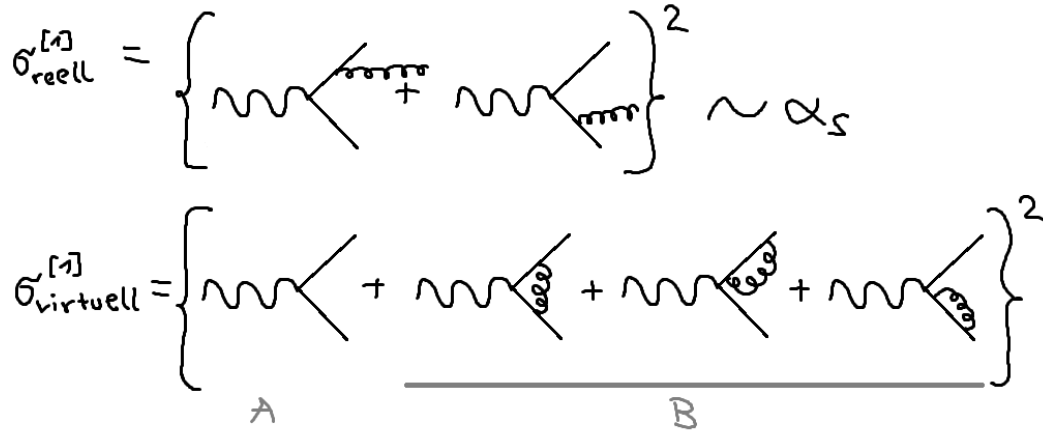


Abbildung 10.2: Beiträge der ersten Ordnung in der  $q\bar{q}$ -Produktion aus  $e^+e^-$

sich die Terme Ordnung für Ordnung wegheben, d.h. gleich stark divergieren, jedoch mit unterschiedlichen Vorzeichen. Für die erste Ordnung ist:

$$\sigma^{(1)} = \sigma_{\text{reell}}^{(1)} + \sigma_{\text{virtuell}}^{(1)} = \sigma^{[0]} \cdot \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \quad (10.2)$$

wobei der Interferenzterm  $A \cdot B = \mathcal{O}(\alpha_s)$ . Die Kompensation von Singularitäten zwischen reellen und virtuellen Korrekturen findet statt

- in jeder Ordnung
- unabhängig vom Prozess (z.B.  $pp \rightarrow W + \dots$ )

→ Die QCD ist berechenbar, Tests der QCD sind im Experiment möglich, sofern  $Q^2 \gg \Lambda_{\text{QCD}}$ , d.h.  $Q^2 \gtrsim 4\text{GeV}^2$  (hohe Energien, kleine  $\alpha_s$ ). Die Wirkungsquerschnitte bis zur ersten Ordnung und das Verzweigungsverhältnis sind

$$\begin{aligned} \sigma^{[1]} &= \sigma^{[0]} + \sigma^{[0]} \cdot \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} = \sigma^{[0]} \left( 1 + \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right) \\ R^{[1]} &= 3 \cdot \sum_q e_q^2 \left( 1 + \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right) \end{aligned} \quad (10.3)$$

Heute sind Korrekturen bis zur Ordnung  $\alpha_s^3$  berechnet:

$$R^{[3]} = 3 \cdot \sum_q e_q^2 \left( 1 + \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + 1.441 \left( \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right)^2 - 12.8 \left( \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right)^3 \right) \quad (10.4)$$

Es bietet sich somit die Möglichkeit  $\alpha_s$  experimentell zu bestimmen!  $R_{\text{Exp}}^{[3]} \stackrel{!}{=} R_{\text{Theo}}^{[3]}$

## 10.2 QCD-Effekte in der tief-inelastischen Streuung

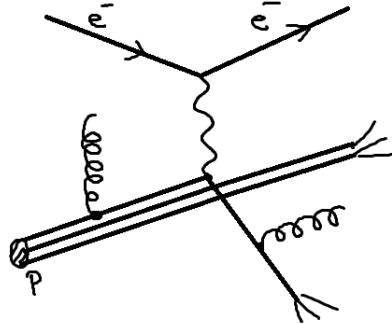


Abbildung 10.3:  $e^-p$ -Streuung mit (nur) zwei der möglichen QCD-Korrekturen

- Die Struktur des Protons lässt sich durch Strukturfunktionen  $F_2(x, Q^2)$  und  $F_1(x, Q^2)$  beschreiben
- Im naiven Quark-Parton-Modell geht  $F_2(x, Q^2) \rightarrow F_2(x)$  über:

$$F_2(x) = \sum_i e_i^2 \cdot x \cdot f_i(x) \quad (10.5)$$

- Die Parton-Verteilungsfunktionen  $f_i(x)$  können im Rahmen der QCD nicht berechnet werden, sondern müssen experimentell bestimmt werden  $\rightarrow$  Parametrisierungen
- QCD-Effekte führen dazu, dass  $f_i(x)$  und damit  $F_2(x, Q^2)$  eine leichte (=logarithmische)  $Q^2$ -Abhängigkeit zeigen.  $\Rightarrow \boxed{F_2(x, Q^2)}$

### Interpretation:

Das Auflösungsvermögen des Experiments / des ausgetauschten (virtuellen) Photons hängt von der Wellenlänge (Energie,  $Q^2$ ) ab! Ein Photon niedriger Energie kann beispielsweise ein Quark nicht so genau auflösen, wie eines höherer Energie. Unterhalb des Auflösungsvermögens des niederenergetischen Photons kann nun das Quark noch ein Gluon abstrahlen (vgl. Abb. 10.4).

Was sagt die QCD?

- $f_i(x, Q^2)$  ist nicht berechenbar

## 10. Experimentelle Tests der Quantenchromodynamik

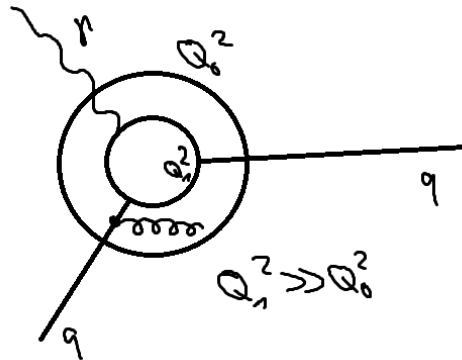


Abbildung 10.4: Abhängig von der Energie des Photons kann das Quark feiner aufgelöst werden, d.h. es können auch mehr QCD-Effekte beobachtet werden, beispielsweise, wenn ein Gluon unterhalb der Auflösungsgrenze für  $Q_0^2$  abgestrahlt wird, jedoch noch überhalb der Grenze für  $Q_1^2$

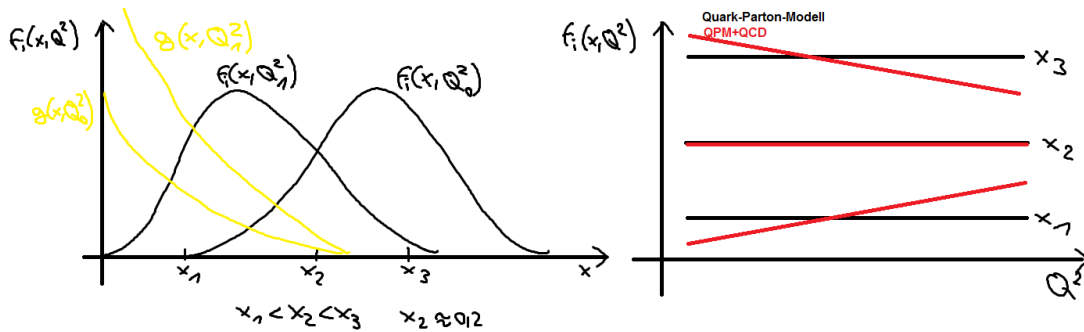


Abbildung 10.5: Erwartete Partonverteilungsfunktion als Funktion von  $x$  bzw.  $Q^2$  (jew. andere Größe fest, für verschiedene  $Q_i$  bzw.  $x_i$  Werte)

- Änderung der Verteilungsfunktion als Funktion von  $Q^2$  sind berechenbar, beispielsweise ist die Änderung der Quarkverteilungen durch Gluon-Abstrahlung

$$\frac{df_i(x, Q^2)}{d(\log Q^2)} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \cdot \int_x^1 \frac{dy}{y} f_i(y, Q^2) \cdot P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) \quad (10.6)$$

$P_{qq}$  wird dabei als *Splitting-Funktion* bezeichnet und beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass das Quark mit Impulsanteil  $y$  ein Gluon abstrahlt und nach Abstrahlung den Impulsanteil  $x$  trägt. Diese Gleichung wurde früher als *Altarelli-Parisi Gleichung* bezeichnet, heute wird sie als *DGLAP Gleichung* bezeichnet.

Die Beschreibung der  $Q^2$ -Abhängigkeit der Verteilungsfunktion und damit der Strukturfunktion bietet Möglichkeiten für den Test der QCD. Darüber hinaus kann auch hieraus  $\alpha_S(Q^2)$  bestimmt werden.

### 10.3 QCD-Tests in Proton-(Anti)Proton-Kollisionen

- Protonen/Antiprotonen sind aus Partonen aufgebaut, die Beschreibung erfolgt durch Parton-Verteilungsfunktionen  $\Rightarrow$  Summation über alle möglichen Parton-

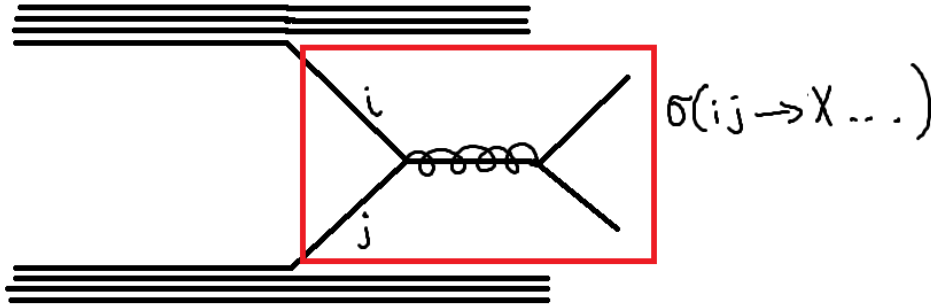


Abbildung 10.6: Proton-Proton-Kollision im Feynman-Diagramm

kombinationen  $i, j$ , die zu gewünschtem Endzustand führen, z.B.  $W^+$ -Produktion:  $u\bar{d} + u\bar{s}$ .

- Zwischen den Konstituenten der Protonen finden elementare, harte (=große Viererimpulsüberträge) Streuprozesse statt.
- Zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten werden neben den Partonverteilungsfunktionen  $f_i^A(x, Q^2)$  die Art des Nukleons  $A = p, \bar{p}$  und die Partontypen  $i, j$  benötigt. Für die Berechnung des Proton-Proton/Antiproton Wirkungsquerschnitts ergibt sich dann:

$$\sigma = \sum_{i,j} \int dx_i dx_j f_i^A(x_i, Q^2) \cdot f_j^B(x_j, Q^2) \cdot \hat{\sigma}_{ij}(x_i, x_j, \alpha_S(Q^2)) \quad (10.7)$$

- Die Berechnung des Wirkungsquerschnitts für den harten Streuprozess  $\hat{\sigma}$  erfolgt in perturbativer QCD, z.B. 2-Jet-Produktion (vgl. Abb. 10.7)

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^{[n]} &= c_0 \alpha_S^k \cdot \{1 + c'_1 \alpha_S + c'_2 \alpha_S^2\} \\ &= \underbrace{c_0 \alpha_S^k}_{\substack{\text{Führende Ordnung} \\ \text{(LO, leading order)} \\ \text{oder} \\ \text{Born-Niveau}}} + \underbrace{c_1 \alpha_S^{k+1}}_{\substack{\text{Beitrag der nächst} \\ \text{führenden Ordnung} \\ \text{(NLO, next-to-} \\ \text{leading order)}}} + c_2 \cdot \alpha_S^{k+2} \end{aligned} \quad (10.8)$$

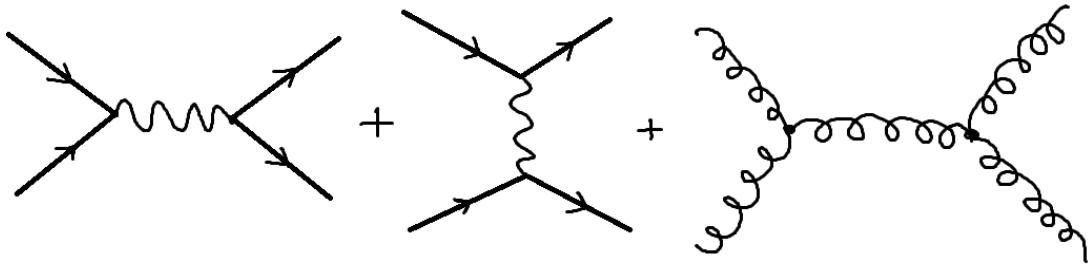


Abbildung 10.7: Beiträge zur 2-Jet-Produktion

### 10.3.1 Produktion von Jets mit hohen Transversalimpulsen

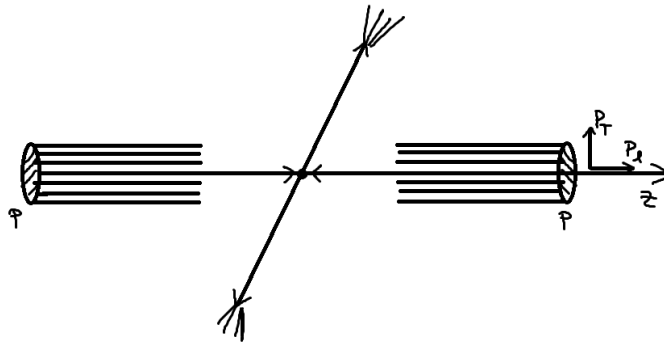


Abbildung 10.8: Proton-Proton-Kollision

- Neben den in Abb. 10.7 (beispielhaft, nicht vollständig) dargestellten Prozessen führender Ordnung (leading order, LO) in Proton-Proton-Kollisionen kommen nicht Korrekturen höherer Ordnung (vgl. Abb. 10.9) sowie virtuelle Korrekturen hinzu. Üblicherweise werden die Wirkungsquerschnitte in LO oder NLO berechnet. Beiträge der führenden Ordnung besitzen starke Beiträge von  $gg \rightarrow gg$  (hohe Gluondichte im Proton, Test/Hinweis auf Gluon-Selbstkopplung).

Die Wirkungsquerschnitte sind dann

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{LO}} &= c_0 \cdot \alpha_S^k, \quad k = 2 \\ \sigma^{[n]} &= c_0 \cdot \alpha_S^2 \{1 + c_1 \cdot \alpha_S + c_2 \cdot \alpha_S^2 + \dots\} \end{aligned} \quad (10.9)$$

- Tests der QCD sind möglich durch Vergleich der gemessenen Jet-Raten mit den theoretischen Vorhersagen:  $\frac{d\sigma}{dP_T}$ . Oft wird auch der doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt betrachtet:

$$\frac{d^2\sigma}{dP_T d\eta} = \frac{N}{\epsilon \cdot L \cdot \Delta p_T \cdot \Delta \eta} \quad (10.10)$$

## 10. Experimentelle Tests der Quantenchromodynamik

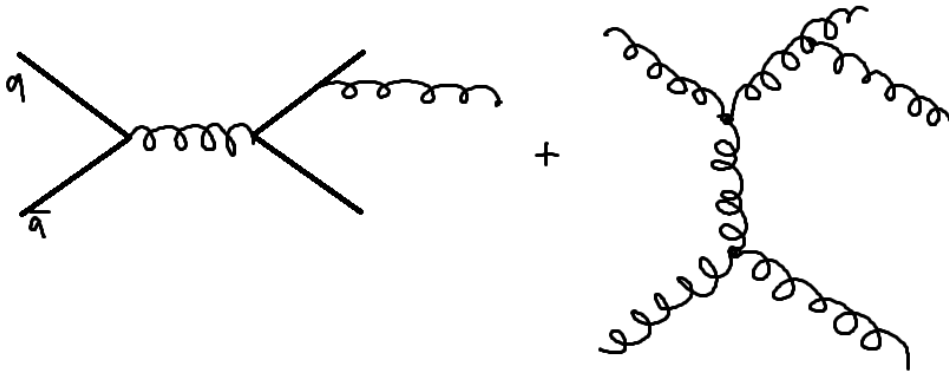


Abbildung 10.9: Beispiele für Korrekturen

wobei  $\eta$  als *Pseudorapidität* bezeichnet wird:

$$\eta := -\ln \tan \frac{\theta}{2} \quad (10.11)$$

Eine weitere Observable zum Test der QCD ist die Winkelverteilung  $\frac{d\sigma}{d\Delta\phi}$

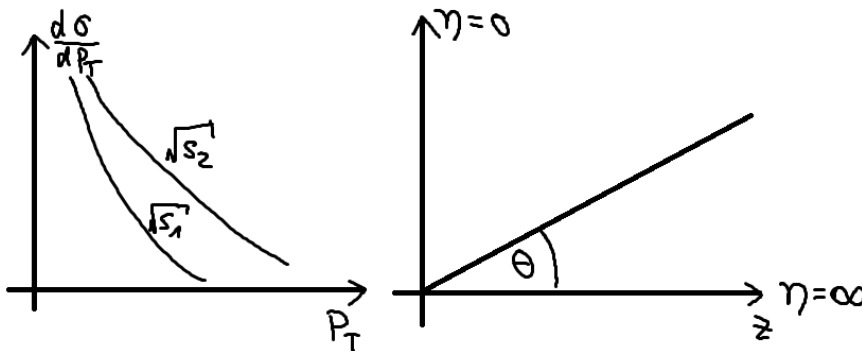


Abbildung 10.10: Differentieller Wirkungsquerschnitt für verschiedene Schwerpunktsenergien als Funktion der Transversalenimpulses und Skizze zur Definition der Rapidität

( $\Delta\phi$  = Winkel zwischen d. Flugbahn zweier Teilchen)

- Experimentelle Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung der Daten mit NLO-QCD-Rechnungen im Rahmen der experimentellen und theoretischen Unsicherheiten. Die dominierende Unsicherheit der experimentellen Seite liegt in der Energiemessung der Jets, die dominierenden Unsicherheiten der theoretischen Seite sind Unsicherheiten der Strukturfunktionen sowie (fehlende) Beiträge höherer Ordnung der Störungstheorie.



### 10.3.2 $W/Z$ -Produktion

Der Prozess der führenden Ordnung zur Produktion der Austauscheteilchen der schwachen Wechselwirkung ist der *Drell-Yan-Prozess*. Dabei fusionieren ein  $u$  und ein  $\bar{d}$ -Quark zu einem  $W^+$ -Boson. Die hierfür benötigte Schwerpunktsenergie der beiden Quarks entspricht der Masse des  $W$ -Bosons:  $m_W = 80.4\text{GeV} = \hat{s}$ . Am LHC sind  $x_1 \approx x_2$  und der Erwartungswert  $\langle x \rangle = \frac{80}{8000} = 0.01$ . In niedrigster Ordnung ist

$$\hat{\sigma} = \frac{\pi}{3} \sqrt{2} G_F m_W^2 |V_{qq'}| \cdot \delta(\hat{s} - m_W^2) \quad (10.12)$$

$G_F$  bezeichnet die Fermi-Konstante ( $\alpha_W \sim G_F$ ),  $|V_{qq'}|$  das entsprechende CKM-Matrixelement.

Korrekturen höherer Ordnung umfassen beispielsweise das Abstrahlen eines Gluons durch eines der Quarks ( $\Rightarrow$  Jet) vor der Vernichtung zu  $W$ . Auf Grund der kleinen  $x$ -Werte sind diese Gluon-Beiträge wichtig. Bislang wurden QCD-Korrekturen der Ordnungen  $\alpha_S$  und  $\alpha_S^2$  berechnet

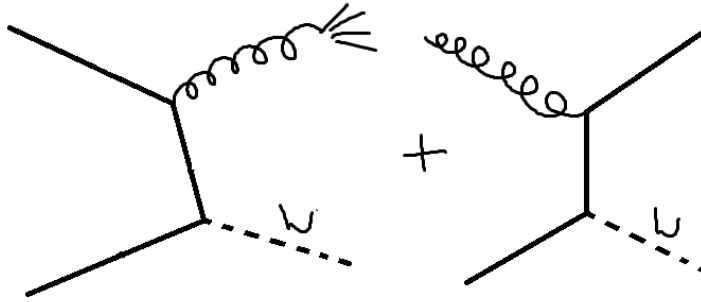


Abbildung 10.11: Beispiele für Korrekturen erster Ordnung in der  $W$ -Produktion

$$\begin{aligned} \sigma^{[1]} &= \sigma^{[0]} (1 + c_1 \cdot \alpha_S) = \begin{cases} 1.30 \cdot \sigma^{[0]} & \text{Tevatron} \\ 1.25 \cdot \sigma^{[0]} & \text{LHC} \end{cases} \\ \sigma^{[2]} &= \sigma^{[0]} (1 + c_1 \alpha_S + c_2 \alpha_S^2) = \begin{cases} 1.35 \cdot \sigma^{[0]} \\ 1.28 \cdot \sigma^{[0]} \end{cases} \end{aligned} \quad (10.13)$$

Die experimentellen Tests der QCD in diesem Rahmen umfassen:

- $W$  bzw.  $Z$  Produktionswirkungsquerschnitte
- Rate der beobachteten  $W/Z$  + Jet-Ereignisse (assoziierte Produktion), nur möglich auf Grund von QCD Effekten
- Gemessene Transversalimpulsverteilungen der assoziierten Jets:  $\frac{d\sigma}{dP_T}$

All diese Tests zeigen wiederum gute Übereinstimmung zwischen Experimenten und Theorie, die QCD wird bestätigt.

### 10.3.3 Produktion von Top-Quarks

Die Produktion von Top-Quarks stellt einen Spezialfall der 2-Jet-Produktion dar, wobei wir verlangen, dass  $t\bar{t}$  produziert wird. Die Besonderheit ist die große Masse der Quarks:  $m_t \approx 172\text{GeV}$ . Prozesse zur Produktion von  $t$ -Quarks sind in Abb. 10.12 dargestellt. Am LHC treten große Gluon-Beiträge auf, da das Top-Quark für die Verhältnisse am LHC ein leichtes Teilchen ist, d.h. kleine  $x$ -Werte sind wichtig:

$$\begin{aligned} \text{Tevatron: } \langle x \rangle &= \frac{2 \cdot 172\text{GeV}}{1960\text{GeV}} \approx 0.18 \\ \text{LHC: } \langle x \rangle &= \frac{2 \cdot 172\text{GeV}}{14\,000\text{GeV}} \approx 0.025 \end{aligned} \quad (10.14)$$

Die Wirkungsquerschnitte sind in führender und nächst-führender Ordnung (zu-

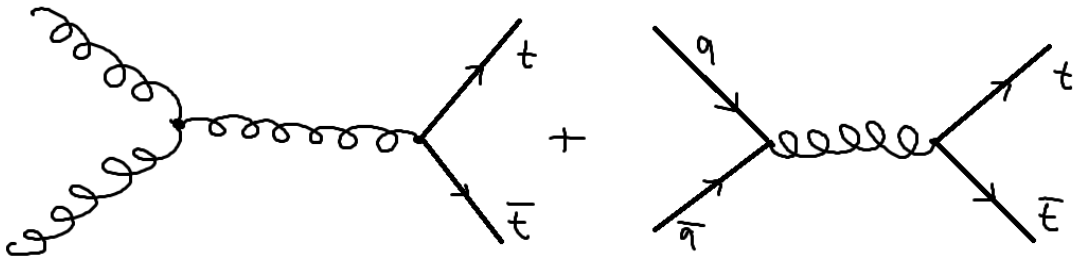


Abbildung 10.12: Die zwei wichtigsten Mechanismen zur Produktion von  $t\bar{t}$ . Am LHC macht die Produktion durch zwei Gluonen ca. 90% aus, der  $q\bar{q}$ -Anteil beträgt rund 10%

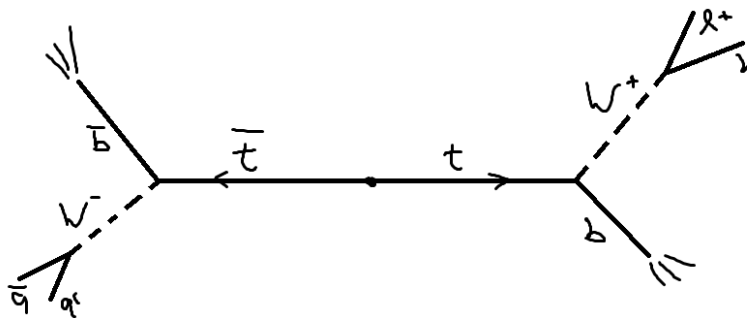


Abbildung 10.13: Möglicher Zerfall von  $t\bar{t}$  (auf Grund der geringen Lebensdauer der  $t$ -Quarks existieren keine gebundenen Zustände mit Top-Anteil)

mindest die dominanten Terme) berechnet, experimentelles Tests sind die gemessenen Wirkungsquerschnitte.

## 10. Experimentelle Tests der Quantenchromodynamik

Zu beachten ist, dass das Top-Quark innerhalb von  $\tau \approx 10^{-24}$  zerfällt  $t \rightarrow W^+b$ . Bei der Selektion von Ereignissen verlangt man:

- mindestens ein geladenes Lepton ( $W \rightarrow \ell\nu_\ell$ )
- fehlende transversale Energie (Neutrino)
- Zwei markierte/ identifizierte  $b$ -Jets (sekundäre Zerfallsvertices)

Der Untergrund wird vorrangig durch  $W$ +Jet Produktion hervorgerufen.

### Zusammenfassung

- $pp$  und  $p\bar{p}$ -Kollisionen stellen einen guten Test der QCD dar.
- Bislang sind alle experimentellen Ergebnisse im Einklang mit den theoretischen Vorhersagen

## 10.4 Experimentelle Bestimmung der starken Kopplungsstärke $\alpha_S$

Von Seiten der Theorie kann kein Wert für  $\alpha_S$  berechnet werden. Daher wird  $\alpha_S$  aus dem Vergleich von theoretischen Vorhersagen mit experimentellen Daten bestimmt. Hierfür kommen experimentelle Messgrößen in Frage, sofern QCD-Korrekturen berücksichtigt werden, wodurch diese von  $\alpha_S$  abhängen. Mögliche Prozesse zur Be-

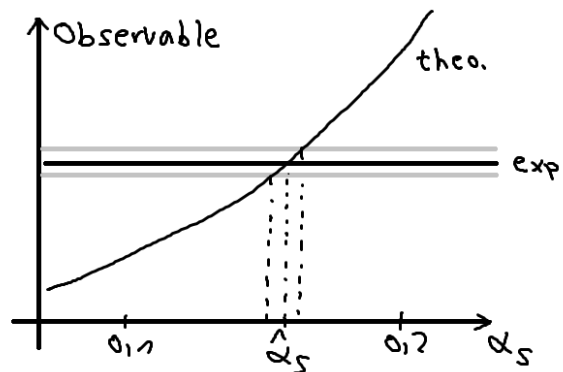


Abbildung 10.14: Bestimmung von  $\alpha_S$  aus dem Vergleich theoretischer Modelle mit experimentellen Daten

stimmung von  $\alpha_S$  sind

- die Rate von 3-Jet-Ereignissen in  $e^+e^-$ -Kollisionen,

## 10. Experimentelle Tests der Quantenchromodynamik

- das  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$   $R$ -Verhältnis

$$R = 3 \cdot \sum_q e_q^2 \cdot \left[ 1 + \frac{\alpha_S(Q^2)}{\pi} + 1.411 \left( \frac{\alpha_S(Q^2)}{\pi} \right)^2 - 12.8 \left( \frac{\alpha_S(Q^2)}{\pi} \right)^3 + \dots \right] \quad (10.15)$$

- $Q^2$ -Abhängigkeit der Strukturfunktionen

$$\frac{df_i(x, Q^2)}{d \ln Q^2} \sim \alpha_S \quad (10.16)$$

- Jet-Produktionsraten in tief-inelastischer Lepton-Nukleon-Streuung
- Rate von ( $W$ +Jet)-Ereignissen in  $p\bar{p}$ -Kollisionen.
- Zerfall von  $\tau$ -Leptonen  $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$ ,  $\bar{\nu}_\tau \tau \rightarrow \pi$ : Auf Grund der niedrigen Energieskala der  $\tau$ -Leptonen kann die vorhergesagte Energieabhängigkeit der starken Kopplung  $\alpha_S$  getestet werden. Betrachte hierbei das Verhältnis

$$R_\tau := \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau + \text{Hadronen})}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau + \mu\bar{\nu})} = 3.058 \cdot \left\{ 1 + \frac{\alpha_S}{\pi} + 5.2 \left( \frac{\alpha_S}{\pi} \right)^2 + 26.4 \left( \frac{\alpha_S}{\pi} \right)^3 + \dots \right\} \quad (10.17)$$

Beachte: Im leptonic Endzustand treten keine hadronischen Korrekturen auf.

Theoretisch wird eine starke Energieabhängigkeit von  $\alpha_S$  vorhergesagt:

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2}} \quad (10.18)$$

$\Lambda_{\text{QCD}}$  wird als Skalenparameter bezeichnet,  $\Lambda_{\text{QCD}} \sim 200\text{MeV}$ . Tests der QCD umfassen neben der Überprüfung der Energieabhängigkeit der Kopplung auch die Prüfung der Prozessunabhängigkeit.

Experimentelle Ergebnisse:

- (1) Der Relative Anteil von 3-Jet-Ereignissen in  $e^+e^-$ -Kollisionen in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$ ,  $R_3^{\text{exp}}$  sind von 27% bei  $\sqrt{s} = 20\text{GeV}$  auf 18% bei  $\sqrt{s} = 92\text{GeV}$ .  $\Rightarrow$  Erste Evidenz für Energieabhängigkeit von  $\alpha_S$ ,  $\alpha_S = \text{const.}$  kann mit hoher Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden.
- (2)  $R$ -Verhältnis in  $e^+e^-$ -Kollisionen
- (3)  $\alpha_S$  aus der Jet-Produktion in tief-inelastischer Streuung  $\rightarrow$  Starke Evidenz für *laufende Kopplung* (Energieabhängigkeit) innerhalb eines Experiments

## 10. Experimentelle Tests der Quantenchromodynamik

- (4) Die Zusammenfassung der Ergebnisse aus verschiedenen Experimenten (konstante Ergebnisse) liefert

$$\alpha_S^2(m_Z^2) = 0.118 \pm 0.003 \quad (10.19)$$

# Literaturverzeichnis

- [1] Th. Mayer-Kuckuck, *Kernphysik*, Teuber Verlag
- [2] J. Bleck-Neuhaus, *Elementare Teilchen - Moderne Physik von den Atomen bis zum Standardmodell*, Springer Verlag
- [3] B. Povh, K.Rith, C.Scholz und F. Zetsche, *Teilchen und Kerne*, Springer Verlag
- [4] K. Bethge, G. Walter und B. Wiedemann, *Kernphysik*, Springer Verlag
- [5] D. Griffith, *Introduction to Elementary Particles*, Verlag Wiley-VCH
- [6] F. Halzen und A.D. Martin, *Quarks & Leptons*, Verlag J. Wiley
- [7] C. Grupen, *Teilchendetektoren*, BI Wissenschaftsverlag
- [8] W.R.Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer Verlag
- [9] K. Kleinknecht, *Detektoren für Teilchenstrahlung*, Teuber Verlag
- [10] E. Bodenstedt, *Experimente der Kernphysik und ihre Deutung*, BI Wissenschaftsverlag (1978)
- [11] P. A. Tipler und R. A. Llewellyn, *Moderne Physik*, Oldenburg Verlag (2002)
- [12] W. Demtröder, *Experimentalphysik 4, Kern-, Teilchen- und Astrophysik*, Springer Verlag
- [13] *Reaktorphysik*, Universität Bonn (1982)