

Experimentalphysik V - Kern- und Teilchenphysik Vorlesungsmitschrift

Dozent: Prof. K. Jakobs

Verfasser: R. Gugel

1. März 2013

11. Experimentelle Tests der elektroschwachen Wechselwirkung

Die Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung W^\pm und Z^0 koppeln an die fundamentalen Vertices, wobei beispielsweise ein Elektron e^- unter Aussendung eines W^- in ein Neutrino ν_e über geht. Während die Austauschteilchen der elektromagnetischen und starken Kraft masselos sind, besitzen die Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung Masse:

$$m_W = 80.385 \pm 0.015 \text{ GeV} \quad m_Z = 91.1875 \pm 0.0021 \text{ GeV} \quad (11.1)$$

Werden W^\pm ausgetauscht, so spricht man von *geladenen Strömen*, bei Z^0 von *neutralen Strömen*. Ein Beispiel für das Auftreten von W -Bosonen als Austauschteilchen ist der Myonenzerfall $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$

11.1 Fermi-Theorie der schwachen Wechselwirkung in Grenzfall niedriger Energien

Fermi ging davon aus dass der Myonenzerfall im Grenzfall niedriger Energien zu einer Punktwechselwirkung wird:

$$\begin{aligned} \mu^- &\rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \\ \mu^- \nu_e &\rightarrow e^- \nu_\mu \end{aligned} \quad (11.2)$$

Die Kopplungskonstante ist in diesem Modell der Parameter G_F .

In der QED (Photonenaustausch) ist der Beitrag im Wirkungsquerschnitt

$$m \sim \left(\frac{1}{q^2} \right) \quad (11.3)$$

wobei q^2 die Energie des Prozesses ist. Analog ist im GSW-Modell

$$m \sim \left(\frac{1}{m_W^2 - q^2} \right) \quad (11.4)$$

11. Experimentelle Tests der elektroschwachen Wechselwirkung

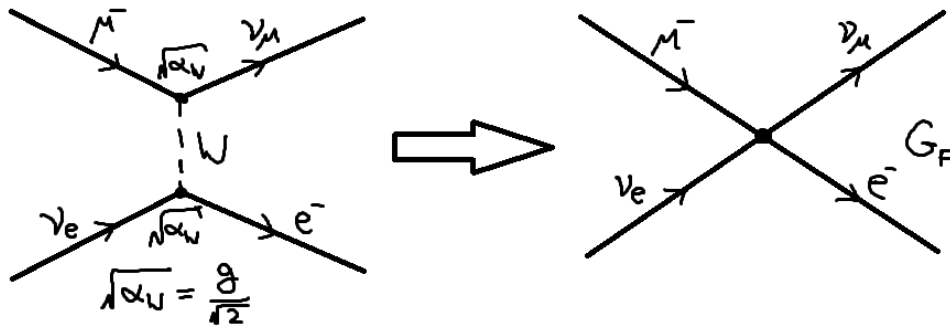


Abbildung 11.1: Fermi vermutete, dass bei niedrigen Energien der Myonenzerfall zu einer Punktwechselwirkung über geht mit Kopplungskonstante G_F . g bezeichnet die Kopplungskonstante im Glashow-Salam-Weinberg-Modell (GSW).

was im Grenzfall niedriger Energien $q^2 \ll m_W^2$ zu

$$m \sim \left(\frac{1}{m_W^2} \right) \quad (11.5)$$

wird. Somit erhalten wir eine Relation zwischen G_F und der Kopplungsstärke $\sqrt{\alpha_W} = g/\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2} \quad (11.6)$$

Die Voraussagen der Fermi-Theorie umfassen:

- Paritätsverletzung (per Konstruktion), (V-A)-Theorie \rightarrow nur linkshändige Neutrinos / rechtshändige Anti-Neutrinos
- Es existieren nur geladenen Ströme (keine neutralen schwachen Ströme)
- Verhersagen für Lebensdauer, Zerfallsraten bei kleinen Energien ($q^2 \ll m_W^2$), z.B. Myon-Lebensdauer:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{G_F^2 \cdot m_\mu^5}{192 \cdot \pi^3} \quad (11.7)$$

Heute wird die Myonen-Lebensdauer τ_μ verwendet, um G_F festzulegen:

$$G_F(\mu\text{-Zerfall}) = (1.16632 \pm 0.00002) \cdot 10^{-5} \text{GeV}^{-2} \quad (11.8)$$

- Pion-Zerfall: $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ bzw. $\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$:

$$\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu) = \frac{G_F^2}{8\pi} \cdot f_\pi^2 \cdot m_\pi \cdot m_\mu^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} \right)^2 \quad (11.9)$$

11. Experimentelle Tests der elektroschwachen Wechselwirkung

Dabei bezeichnet f_π eine Zerfallskonstante, welche die Wahrscheinlichkeit dafür berücksichtigt, dass die \bar{u} und d Wellenfunktionen überlappen. Der Zerfall $\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$ ist stark unterdrückt:

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = \left(\frac{m_e}{m_\mu} \right)^2 \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2} \right) = 1.28 \cdot 10^{-4} \quad (11.10)$$

Entgegen der naiven Erwartung zerfällt ein Pion etwa 10 000 mal häufiger in ein schweres Myon als in ein leichtes Elektron. Der Grund hierfür liegt in der Helizität: Durch das Neutrino wird das Myon dazu gezwungen, Spin in Flugrichtung zu haben. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein geladenes Fermion positive Helizität besitzt ist

$$\left(1 - \frac{v_f}{c} \right) = (1 - \beta) = 1 - \frac{p}{E} \quad (11.11)$$

Die Fermi-Theorie ist ein sog. *effektive Theorie*, die nur gültig ist für $q^2 \ll m_W^2$. Beispielsweise liefert die Fermi-Theorie

$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) = \frac{G_F^2 s}{\pi} \quad (11.12)$$

d.h. der Wirkungsquerschnitt würde für $s \rightarrow \infty$ divergieren \rightarrow Verletzung der *Unitarität* (Wahrscheinlichkeit für Streuung > 1).

- Die Divergenz kann durch Einführung von schweren W -Bosons behoben werden. GSW liefert (mit W -Teilchen):

$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) = \frac{G_F^2 \cdot m_W^2}{\pi} \quad (11.13)$$

Wenn nur W -Teilchen vorliegen, dann divergiert nun jedoch der Prozess $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$. Die Lösung dieses Problems besteht in der Einführung eines neutralen Austauschteilchens Z^0 .

11.2 Elektroschwache Vereinheitlichung

1961 schlug Glashow vor, die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung zu vereinheitlichen. Während die elektromagnetische Wechselwirkung die Parität erhält, ist die Parität jedoch durch die schwache Wechselwirkung verletzt (Kopplung an linkshändige Fermionen, die elektromagnetische Wechselwirkung ist links/rechts-symmetrisch). Um Divergenzen aufzulösen werden W^\pm und Z^0 -Teilchen eingeführt. Die nicht verschwindenden Massen $m_W, m_Z \neq 0$ sind jedoch nicht erklärbar.

11. Experimentelle Tests der elektroschwachen Wechselwirkung

1964 Higgs: *Brout-Englert-Higgs-Mechanismus*

1967 Weinberg und Salam führen den Higgs-Mechanismus im Glashow-Modell ein
 $\rightarrow m_W, m_Z \neq 0$ (Testbare Reaktionen für W/Z -Mesonen)

1973 G. t'Hooft und M.Veltmann zeigen, dass die Theorie renormierbar ist, d.h. sie besitzt Vorhersagekraft und keine Divergenzen
 \Rightarrow Elektroschwacher Teil des Standardmodells.

Glashow-Salam-Weinberg-Modell

- Es postuliert ein Triplet von Austauscheteilchen, die an *linkshändige* Fermionen koppeln: $W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$.
- Die Kopplung erfolgt an den sog. *schwachen Isospin* T ($\hat{=}$ schwache Ladung), die Kopplungsstärke ist g , die Symmetriegruppe $SU(2)$. Linkshändige Fermionen sind in Dubletts angeordnet:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \quad T = 1/2 \quad T_3 = \begin{pmatrix} +1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix} \quad (11.14)$$

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad T = 1/2 \quad T_3 = \begin{pmatrix} +1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix} \quad (11.15)$$

Rechtshändige Fermionen hingegen sind in Singulets angeordnet:

$$(e^-)_R \quad (\mu^-)_R \quad (\tau^-)_R \quad (u)_R \quad (d)_R \quad \dots \quad T = 0 \quad (11.16)$$

- Postulat eines weiteren Austauscheteilchens B_μ , dass an die sog. *Hyperladung* Y koppelt:

$$\boxed{Y := 2 \cdot Q - 2 \cdot T_3} \quad (11.17)$$

wobei Q die elektrische Ladung bezeichnet. Die Kopplungsstärke ist g' , die Symmetriegruppe ist $U(1)$ (entspricht QED). Während B_μ an Y koppelt, koppelt γ an Q und W_μ^i an T_3 . Somit lässt sich das γ -Feld als Kombination von B_μ und neutralen Anteilen der W_μ^i schreiben.

- Die Mischung der eingeführten Felder ($W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3, B_\mu$) ergibt die physikalischen Felder (W^\pm, Z^0, γ)

$$\begin{aligned} W^\pm : \quad W_\mu^\pm &:= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ W_\mu^1 \pm W_\mu^2 \} \\ \gamma : \quad A_\mu &:= B_\mu \cdot \cos \theta_w + W_\mu^3 \sin \theta_w \\ Z : \quad Z_\mu &:= -B_\mu \cdot \sin \theta_w + W_\mu^3 \cdot \cos \theta_w \end{aligned} \quad (11.18)$$

11. Experimentelle Tests der elektroschwachen Wechselwirkung

Tabelle 11.1: Elektroschwache Ladungen der Leptonen und Quarks der ersten Generation

Leptonen	Leptonen				Quarks	Quarks			
	T	T_3	Q	Y		T	T_3	Q	Y
ν_e	$1/2$	$1/2$	0	-1	u_L	$1/2$	$+1/2$	$2/3$	$1/3$
e_L^-	$1/2$	$-1/2$	-1	-1	d_L	$1/2$	$-1/2$	$-1/3$	$1/3$
e_R^-	0	0	-1	-2	u_R	0	0	$2/3$	$4/3$
					d_R	0	0	$-1/3$	$-2/3$

θ_W ist der *schwache Mischungswinkel* (*weak mixing angle*) und muss experimentell bestimmt werden.

Die Zuweisung erfordert wichtige Relationen zwischen den Kopplungen:

$$\begin{aligned} e &= g \cdot \sin \theta_w \\ e &= g' \cdot \cos \theta_w \end{aligned}$$

(11.19)

- Die W - und Z -Massen können nun vorhergesagt werden durch Vergleich der Kopplungsstärke G_F der Fermi-Theorie mit der GSW-Theorie:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2} \Rightarrow m_W^2 = \frac{\sqrt{2} \cdot g^2}{8 \cdot G_F} = \frac{\sqrt{2} \cdot e^2}{8 \cdot G_F \cdot \sin^2 \theta_w} \quad (11.20)$$

Aus Experimenten ist $\sin^2 \theta_w = 0.233$ bekannt, somit sagt die Theorie voraus, dass

$$m_W \approx 77.4 \text{ GeV (Born-Niveau)} \quad (11.21)$$

Berücksichtigung weiterer Korrekturen liefert ein besseres Ergebnis

- Der Higgs-Mechanismus sagt vorher, dass

$$m_Z = \frac{m_W}{\cos \theta_W} = 88.3 \text{ GeV (Born-Niveau)} \quad (11.22)$$

Quantenkorrekturen liefern Beiträge zur Masse, beispielsweise, indem sich ein W kurzzeitig in $t\bar{b}$ zerlegt. Diese Korrekturen ist abhängig von der Masse der kurzzeitig erzeugten Teilchen, also u.a. von der des t -Quarks.

11.3 Vorhersagen der GSW-Theorie

- Kopplungen der Fermionen an die Vektorbosonen (Austauschteilchen) \rightarrow Zerfälle der W/Z -Bosonen

$$\begin{aligned} \Gamma_{W \rightarrow e\nu} &= \frac{G_F \cdot m_W^3}{6\pi\sqrt{2}} = 227 \text{ MeV} \left(\frac{m_W}{80.2 \text{ GeV}} \right)^3 \\ \Gamma_{W \rightarrow \mu\nu} &= \Gamma_{W \rightarrow e\nu} = \Gamma_{W \rightarrow \tau\nu} \quad (\text{Lepton-Universalität}) \end{aligned} \quad (11.23)$$

11. Experimentelle Tests der elektroschwachen Wechselwirkung

$$\Gamma_{W \rightarrow q\bar{q}'} = \Gamma_{W \rightarrow e\nu} \cdot \underset{\text{Farbladung}}{3} \cdot \underset{\text{CKM-Faktor}}{|V_{qq'}|^2} \cdot \underset{\substack{\text{Korrektur-} \\ \text{faktor für} \\ \text{QCD-Korrekturen}}}{K_{\text{QCD}}} \quad (11.24)$$

Die Gesamtzerfallsbreite ist somit

$$\Gamma_W = 3 \cdot \Gamma_{W \rightarrow e\nu} + 2 \left(3 \cdot \Gamma_{W \rightarrow e\nu} \cdot K_{\text{QCD}} \right) = 2.097 \text{ GeV} \quad (11.25)$$

Die Breite des Z^0 setzt sich zusammen aus

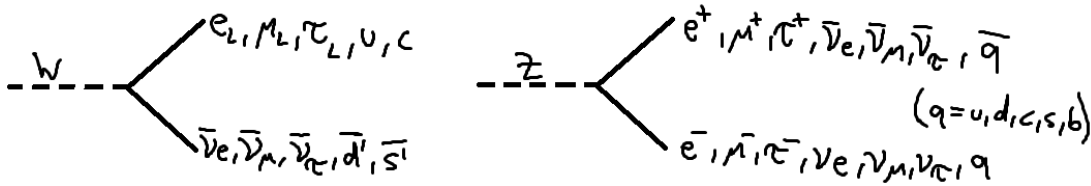


Abbildung 11.2: Mögliche Zerfälle von W - und Z -Bosonen

$$\Gamma_{Z \rightarrow e^+e^-} = \frac{G_F m_Z^3}{24\pi\sqrt{2}} \left\{ 1 + (1 - 4 \cdot \sin^2 \theta_w |Q_f|)^2 \right\} \approx 83 \text{ MeV} \quad (11.26)$$

$$\Gamma_{Z \rightarrow \nu\bar{\nu}} = \frac{G_F \cdot m_Z^3}{12\pi\sqrt{2}} \approx 167 \text{ MeV}$$

und Quarkbeiträgen, so dass die Gesamtzerfallsbreite

$$\Gamma_Z = 3 \cdot \Gamma_{\nu\bar{\nu}} + 3 \cdot \Gamma_{e^+e^-} + 2\Gamma_{u\bar{u}} + 3\Gamma_{d\bar{d}} = 2.437 \text{ GeV} \quad (11.27)$$

Die Verzweungsverhältnisse für leptonische Zerfälle der W - und Z -Bosonen sind

$$BR(W \rightarrow e\nu) = \frac{\Gamma_{e\nu}}{\Gamma_W} \approx 10.5\% \quad (11.28)$$

$$BR(W \rightarrow q\bar{q}) = 1 - 3\Gamma_{e\nu} \approx 66\%$$

$$BR(Z^0 \rightarrow e^+e^-) = \frac{\Gamma_{e^+e^-}}{\Gamma_Z} \approx 3.3\% \quad (11.29)$$

$$BR(Z^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}) = 6 \cdot BR(Z \rightarrow e^+e^-) \approx 20\%$$

11.4 Test der elektroschwachen Theorie bei LEP

Beim LEP handelte es sich um einen e^+e^- -Beschleunigerring mit Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 91 \text{ GeV}$ (Z^0 -Resonanz) bis $\sqrt{s} = 208 \text{ GeV}$. Nach der QED ist der differentielle Wirkungsquerschnitt für Myon-Antimyon Produktion

$$\left. \frac{d\sigma}{d \cos \theta} \right|_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} = \frac{\pi\alpha^2}{2s} (1 + \cos^2 \theta) \quad (11.30)$$

11. Experimentelle Tests der elektroschwachen Wechselwirkung

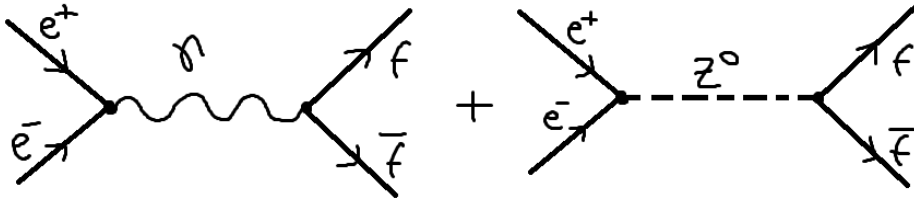


Abbildung 11.3: Feynman-Diagramm der Prozesse am LEP

Im GSW-Modell wird zusätzlich der Z^0 -Beitrag berücksichtigt, so dass der differentielle Wirkungsquerschnitt gegeben ist durch:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} = \frac{\pi\alpha^2}{2s} \left\{ F_\gamma(\cos\theta) + F_{\gamma Z}(\cos\theta) \frac{s \cdot (s - m_Z^2)}{(s - m_Z^2) + m_Z^2 \Gamma_Z^2} + F_Z(\cos\theta) \frac{s^2}{(s - M_Z^2)^2 + m_Z^2 \Gamma_Z^2} \right\} \quad (11.31)$$

Der erste Term beschreibt den γ -Beitrag, der zweite Term die Interferenz zwischen γ und Z^0 und der letzte Term den Z^0 -Beitrag. Für andere Fermionen f ist

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} \Big|_{e^+e^- \rightarrow f\bar{f}} = \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \Big|_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} \cdot N_C^f \cdot (1 + \delta_{\text{QCD}}) \quad (11.32)$$

wobei N_C^f den Farbfaktor bezeichnet und δ_{QCD} QCD-Korrekturen einbringt.

Für $s = m_Z^2$ findet man die Z^0 -Resonanz:

- Der Z -Beitrag wird dominierend
- Die γ/Z -Interferenz verschwindet
- Der γ -Beitrag ist nahezu verschwindend ($\sim 1\%$)

Vermessung der Z^0 -Linienform

Der Gesamtwirkungsquerschnitt in e^+e^- -Kollisionen ist

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow f\bar{f}}(s) = \underbrace{\frac{12\pi \Gamma_e \cdot \Gamma_f}{m_Z^2 \Gamma_Z^2}}_{=\sigma^0} \cdot \frac{s \cdot \Gamma_Z^2}{(s - m_Z^2)^2 + m_Z^2 \Gamma_Z^2} \quad (11.33)$$

wobei σ^0 den *Pol-Wirkungsquerschnitt* bezeichnet, d.h. den Wirkungsquerschnitt bei $s = m_Z^2$. Die Messgrößen in einem solchen Experiment sind

- Position der Resonanz $\rightarrow m_Z$
- Halbwertsbreite $\rightarrow \Gamma_Z$

11. Experimentelle Tests der elektroschwachen Wechselwirkung

- Wirkungsquerschnitt $\sigma^0, m_Z, \beta_Z \rightarrow \Gamma_e, \Gamma_f, \dots$ (d.h. die Kopplungen sind sensitiv auf GSW-Vorhersagen)
- Verhältnisse der Polwirkungsquerschnitte

$$R_f := \frac{\sigma_{\text{had}}^0}{\sigma_f^0} = \frac{\Gamma_{\text{had}}}{\Gamma_f}, \quad \text{für } f = e, \mu, \tau$$

$$R_q := \frac{\sigma_{q\bar{q}}}{\sigma_{\text{had}}} = \frac{\Gamma_q}{\Gamma_{\text{had}}} \quad \text{für } q = c, b \text{ (schwere, identifizierbare Quarks)}$$
(11.34)

Der Vorteil dieser Verhältnisse ist, dass sich systematische Fehler verringern lassen (Luminosität, Unsicherheit in Korrekturen höherer Ordnung heben sich weg)

Zur Bestimmung der Anzahl der Neutrinos misst man die sog. *unsichtbare Breite*

$$\Gamma_{\text{inv}} := \Gamma_Z - \Gamma_{\text{had}} - \Gamma_e - \Gamma_\mu - \Gamma_\tau \quad (11.35)$$

Experimentell findet man

$$\Gamma_{\text{inv}} = 500.1 \pm 1.8 \text{ MeV} \quad (11.36)$$

Interpretiert man diese durch Neutrinozerfälle, so erhält man

$$N_\nu = \frac{\Gamma_{\text{inv}}(\text{exp})}{\Gamma_\nu(\text{theo})} = 2.984 \pm 0.0082 \quad (11.37)$$

Weitere wichtige Messgrößen zum Test der GSW-Kopplungsstruktur sind Vorwärts-/Rückwärts-Asymmetrien. Man definiert hierzu die Wirkungsquerschnitte in Vorwärts-/Rückwärtsrichtung:

$$\sigma_F := \int_0^1 \frac{d\sigma}{d\cos\theta} d\cos\theta, \quad \sigma_B := \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{d\cos\theta} d\cos\theta \quad (11.38)$$

und hiermit

$$A_{FB} := \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B} \quad (11.39)$$

Ergebnisse einer globalen Anpassung

Eine globale Anpassung zeigt gute Übereinstimmung der verschiedenen Experimente, so dass die Ergebnisse der LEP-Experimente kombiniert werden. Alle experimentellen Ergebnisse sind in sehr guter Übereinstimmung mit den Vorhersagen des Standardmodells.

W-Boson-Paarproduktion bei LEP-II:

W-Bosonen werden bei LEP-II in Paaren produziert: $e^+e^- \rightarrow W^+W^- \rightarrow f\bar{f} f'\bar{f}'$. Wichtige Messgrößen hierbei sind

- die W-Masse, sowie
- die Selbstkopplung der Vektorbosonen.

11. Experimentelle Tests der elektroschwachen Wechselwirkung

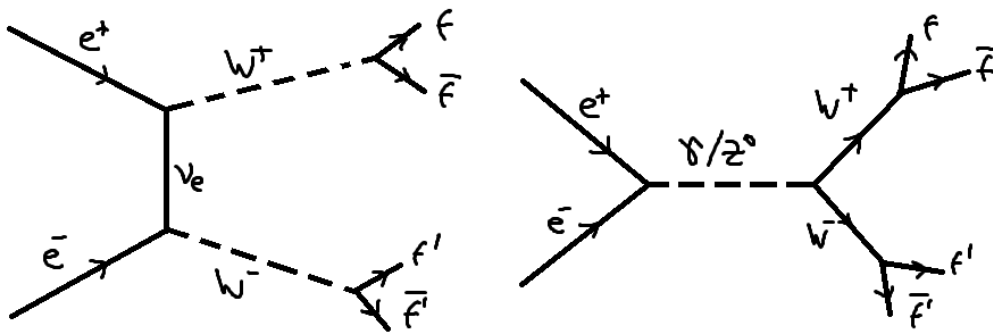


Abbildung 11.4: Prozesse zur W^+W^- -Produktion am LEP

Literaturverzeichnis

- [1] Th. Mayer-Kuckuck, *Kernphysik*, Teuber Verlag
- [2] J. Bleck-Neuhaus, *Elementare Teilchen - Moderne Physik von den Atomen bis zum Standardmodell*, Springer Verlag
- [3] B. Povh, K.Rith, C.Scholz und F. Zetsche, *Teilchen und Kerne*, Springer Verlag
- [4] K. Bethge, G. Walter und B. Wiedemann, *Kernphysik*, Springer Verlag
- [5] D. Griffith, *Introduction to Elementary Particles*, Verlag Wiley-VCH
- [6] F. Halzen und A.D. Martin, *Quarks & Leptons*, Verlag J. Wiley
- [7] C. Grupen, *Teilchendetektoren*, BI Wissenschaftsverlag
- [8] W.R.Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer Verlag
- [9] K. Kleinknecht, *Detektoren für Teilchenstrahlung*, Teuber Verlag
- [10] E. Bodenstedt, *Experimente der Kernphysik und ihre Deutung*, BI Wissenschaftsverlag (1978)
- [11] P. A. Tipler und R. A. Llewellyn, *Moderne Physik*, Oldenburg Verlag (2002)
- [12] W. Demtröder, *Experimentalphysik 4, Kern-, Teilchen- und Astrophysik*, Springer Verlag
- [13] *Reaktorphysik*, Universität Bonn (1982)