

4. Bewegte Bezugssysteme

4.1 Inertialsysteme und Relativitätsprinzip

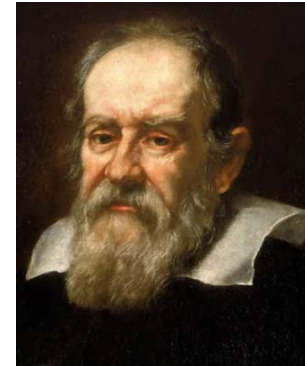
4.2 Galilei-Transformation

4.3 Beschleunigte Bezugssysteme

4.3.1. Geradlinig beschleunigte Systeme

4.3.2. Rotierende Bezugssysteme

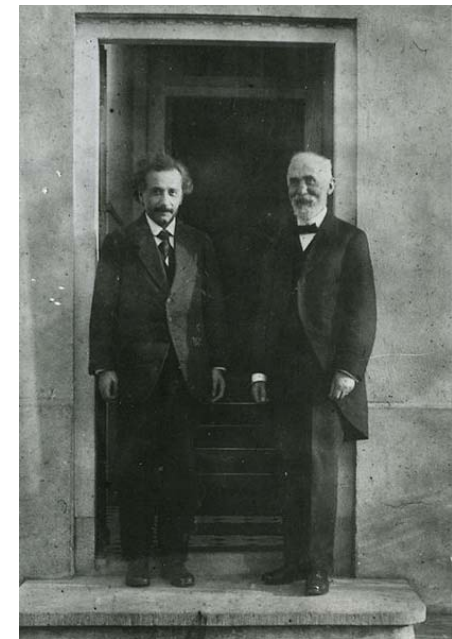
4.4. Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, Lorentz-Transformation



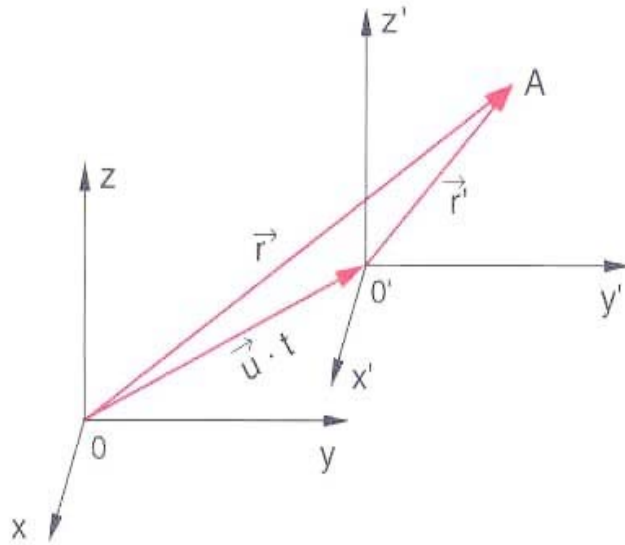
Galileo Galilei
(1564 – 1642)



Sir Isaac Newton
(1643 – 1727)



Henrik Antoon Lorentz (1853 – 1928)
Albert Einstein (1879 – 1955)

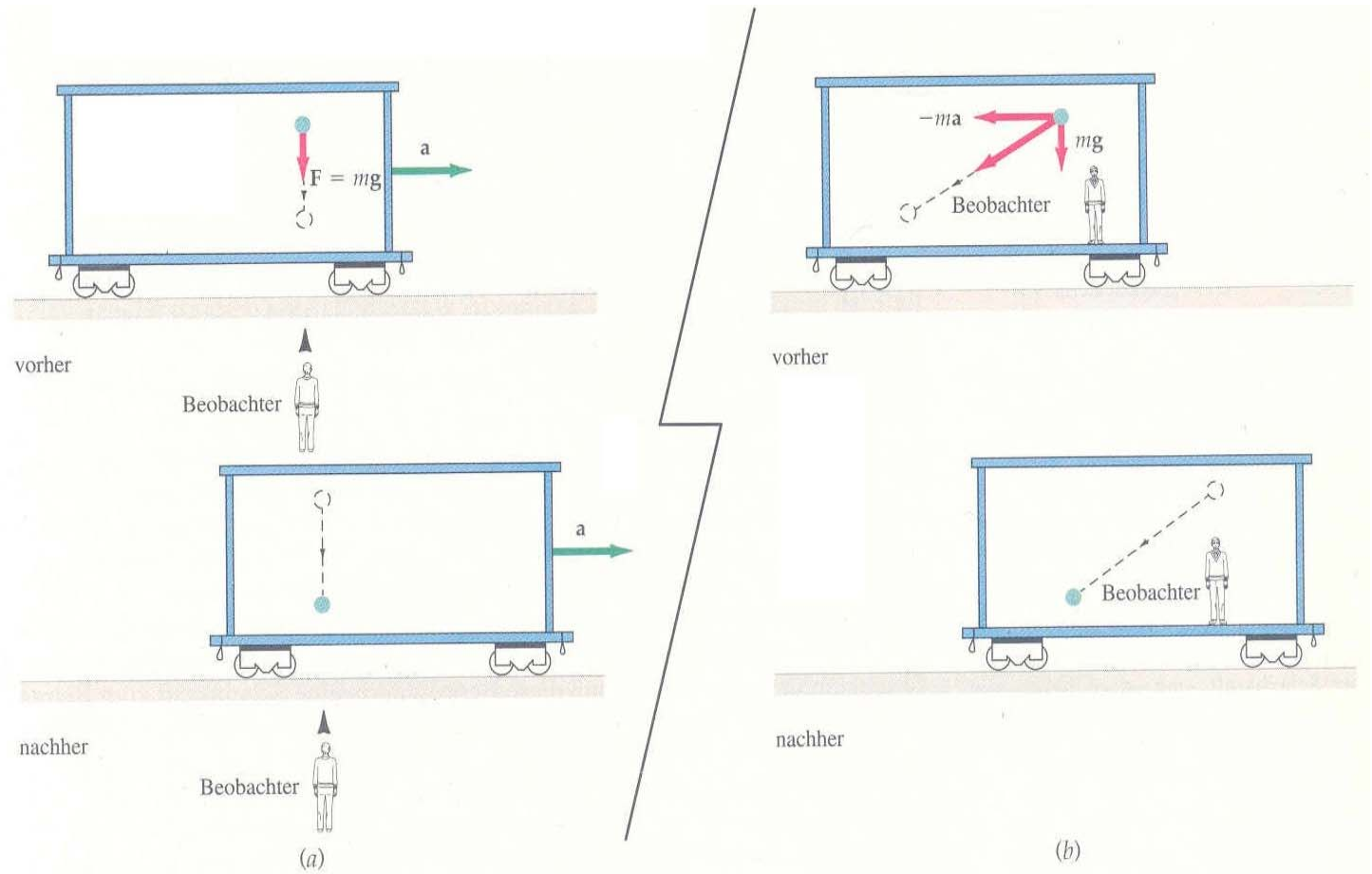


Beschreibung
der Koordinaten eines Punktes A in zwei sich mit der konstanten Geschwindigkeit \mathbf{u} gegeneinander bewegenden Systemen O und O'

Aus Ref. [1]

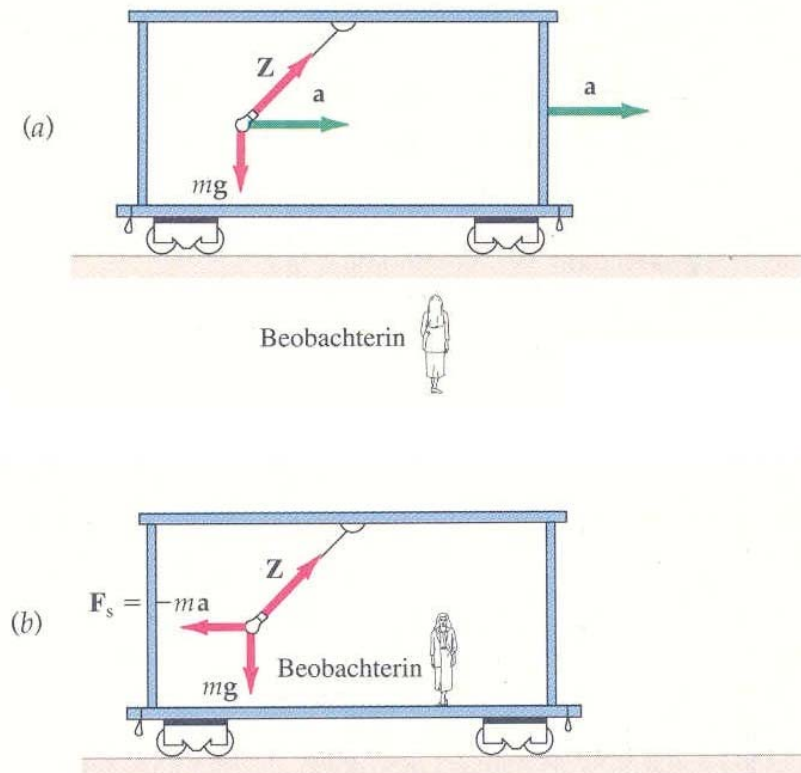
Ein Ball wird in einem Eisenbahnwaggon losgelassen, der aus der Ruheposition mit konstanter Beschleunigung a nach rechts fährt. a) Für einen ruhenden Beobachter neben den Schienen, der sich in einem Inertialsystem befindet, fällt der Ball geradlinig nach unten. b) Für einen Beobachter im beschleunigten Waggon bewegt sich der Ball zusätzlich nach hinten. Der Beobachter führt diese nach hinten gerichtete Beschleunigung auf eine Scheinkraft $-ma$ zurück.

Aus Ref. [2]

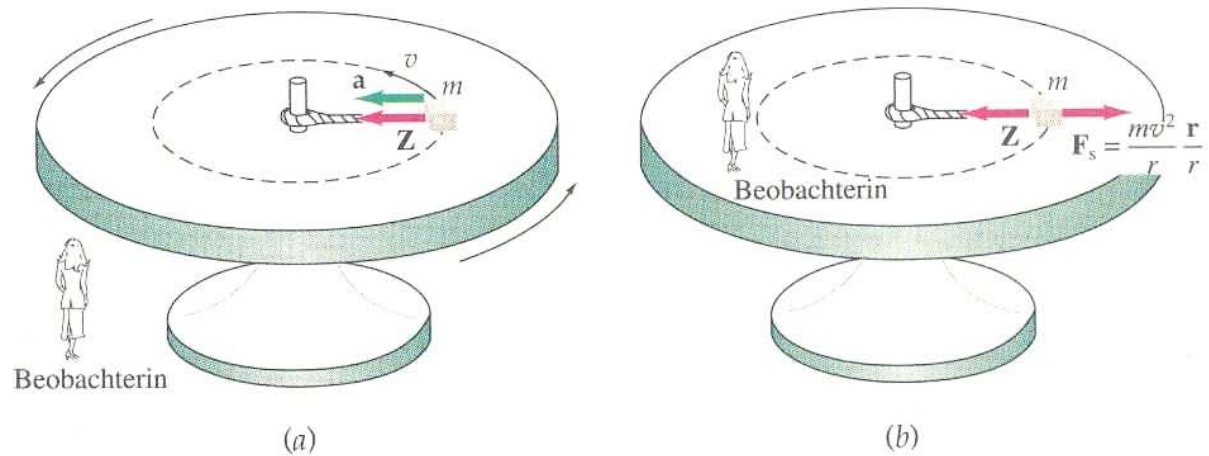


Eine Lampe hängt an einer Schnur von der Decke eines beschleunigten Eisenbahnwaggons herunter. a) Für einen Beobachter in einem Inertialsystem wird die Lampe nach rechts beschleunigt, weil die Horizontalkomponente der Zugkraft als resultierende Kraft nach rechts gerichtet ist. b) Im beschleunigten Bezugssystem bleibt die Lampe in Ruhe, wird also nicht beschleunigt. Die Zugkraft, die auch hier nach rechts wirkt, wird von einer Scheinkraft $-ma$ ausgeglichen, die man in diesem Bezugssystem einführen muß, damit das zweite Newtonsche Axiom weiterhin gilt.

Aus Ref. [2]



Ein Körper ist über ein Seil mit dem Mittelpunkt einer rotierenden Scheibe verbunden. a) Für eine Beobachterin in einem Inertialsystem neben der Scheibe bewegt sich der Körper auf einer Kreisbahn mit einer Zentripetalbeschleunigung, die von der Zugkraft Z im Seil aufgebracht wird. b) Für eine Beobachterin auf der Scheibe befindet sich der Körper in Ruhe, er wird also nicht beschleunigt. Damit das zweite Newtonsche Gesetz gilt, muß eine Scheinkraft mv^2/r eingeführt werden, die nach außen wirkt und die Zugkraft ausgleicht.



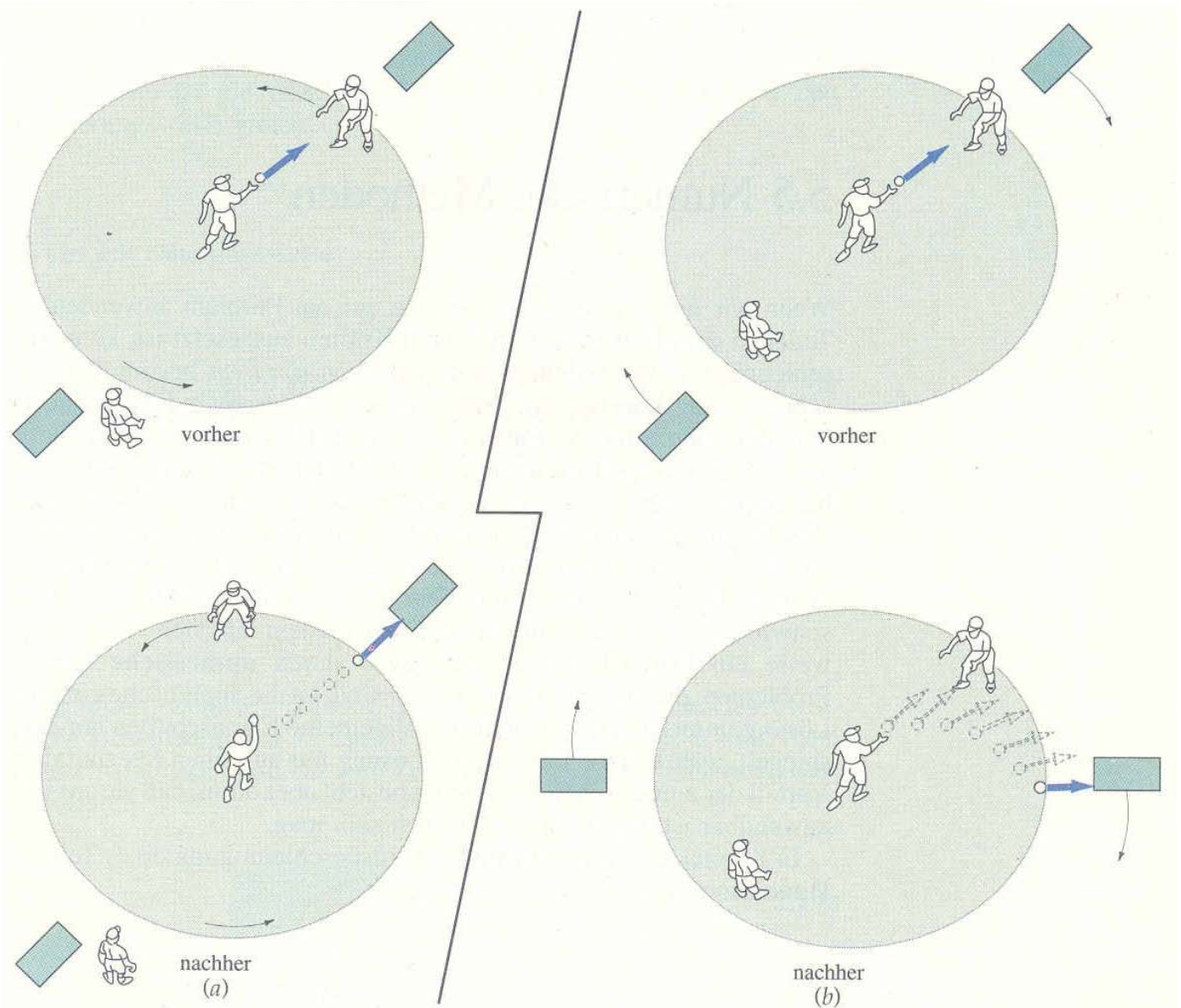
Aus Ref. [2]

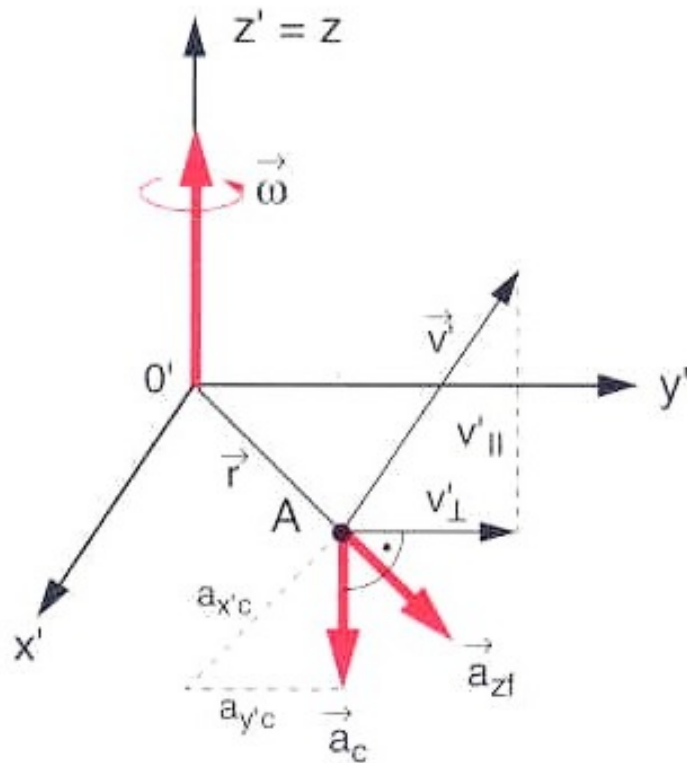
Ein Junge steht in der Mitte einer rotierenden Scheibe und wirft seinem Freund am Rand der Scheibe einen Ball zu.

a) In einem Inertialsystem bewegt sich der Ball geradlinig und verpasst den zweiten Jungen, weil sich dieser mit der Scheibe weggedreht hat.

b) Im Bezugssystem der rotierenden Scheibe ist der zweite Junge in Ruhe, und der Ball wird nach rechts abgelenkt. Die Scheinkraft, die den Ball von seiner geradlinigen Bahn abbringt, heisst Corioliskraft.

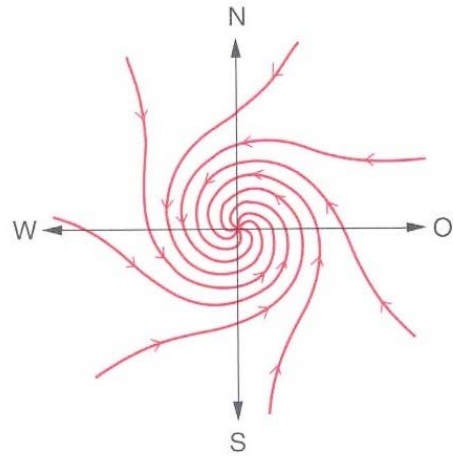
Aus Ref. [2]



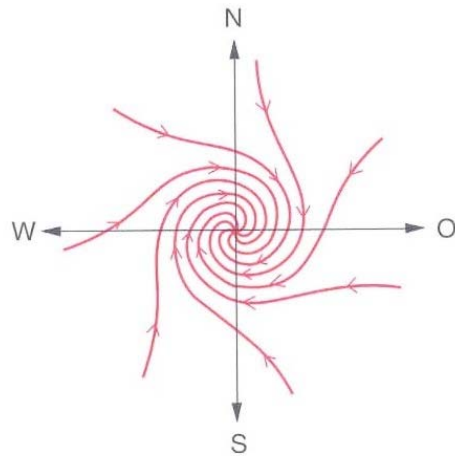
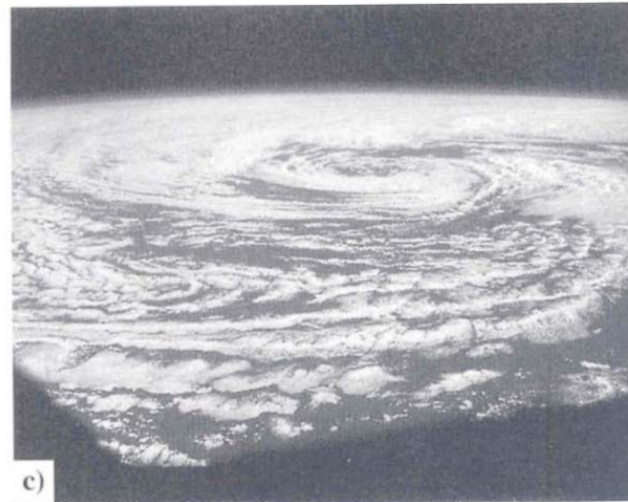


Zentrifugal- und Coriolisbeschleunigung eines sich bewegenden Punktes A in einem sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um die z -Achse drehenden Bezugssystem

Aus Ref. [1]



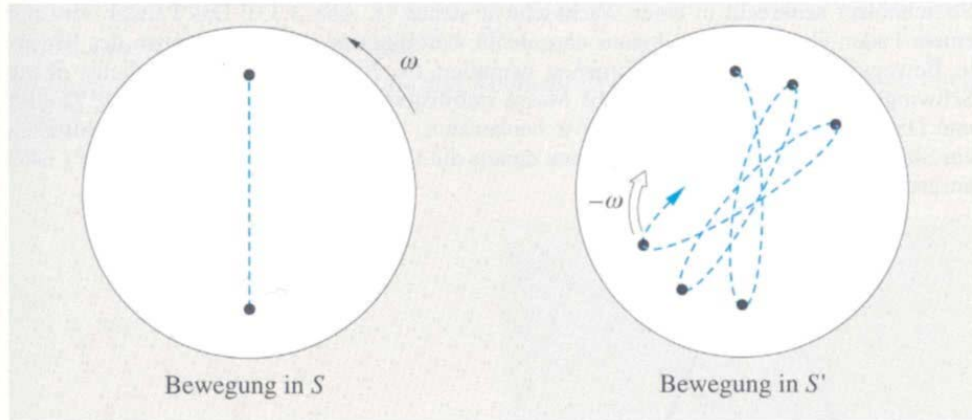
a) Nordhalbkugel



b) Südhalbkugel

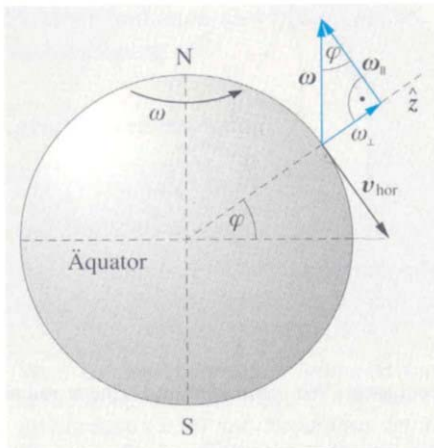
Strömungslinien der Luft um ein Tief: (a) auf der Nordhalbkugel (Coriolis-Ablenkung in Windrichtung nach rechts, sodass die Resultierende aus Coriolis-Kraft und Druckgradient zu einer Spiralbewegung im Gegenuhreigersinn führt), (b) der Südhalbkugel der rotierenden Erde (Coriolis-Ablenkung nach links), (c) Satellitenaufnahme „Todessturm“ nördlich von Hawaii. Mit freundlicher Genehmigung der NASA (Foto HP 133)

Auswirkungen der Corioliskraft (aus Ref. [1])

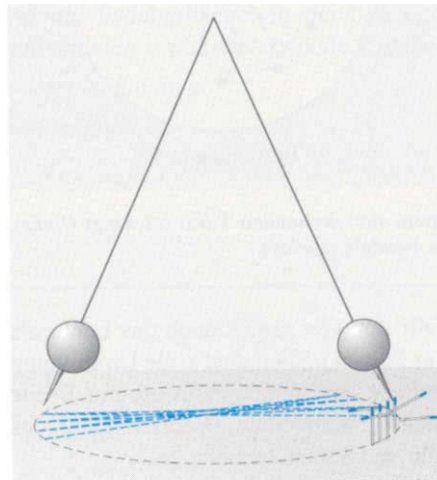


Aufsicht auf ein Pendel, das über einem sich drehenden Tisch schwingt (*links*). Auf dem Drehtisch entstandene Schreispur des Pendels (*rechts*)

Abbildungen zur Corioliskraft
(aus Ref. [6])



Vektordiagramm zur Bestimmung der horizontalen Coriolisbeschleunigung $\mathbf{a}'_{\text{Cor, hor}}$ auf der Erdoberfläche als Funktion der geographischen Breite φ



Die Ebene des Foucaultschen Pendels rotiert auf dem Hörsaalboden und wirft nacheinander im Kreis aufgestellte Streichhölzer um

Ableitung der Zentrifugalkraft u. Corioliskraft in bewegten Bezugssystemen

Man betrachte zwei Koordinatensysteme S und S' , deren Ursprünge O und O' zusammenfallen.

S' rotiert gegenüber dem System S mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$.

Die Ortsvektoren eines Punktes \vec{r} und \vec{r}' stellen den gleichen Vektor dar: $\vec{r} = \vec{r}'$, jedoch haben sie in den Systemen S und S' unterschiedliche Komponenten.

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = x(t)\vec{e}_x + y(t)\vec{e}_y + z(t)\vec{e}_z$$

$$\vec{r}'(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix} = x'(t)\vec{e}'_x + y'(t)\vec{e}'_y + z'(t)\vec{e}'_z$$

Die Geschwindigkeit im System S ist gegeben durch:

$$\vec{v}(t) = \frac{dx}{dt}\vec{e}_x + \frac{dy}{dt}\vec{e}_y + \frac{dz}{dt}\vec{e}_z$$

Wird $\vec{v}(t)$ durch die Koordinaten im System S' ausgedrückt, so gilt:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}'(t)}{dt} = \left(\frac{dx'}{dt} \vec{e}_x' + \frac{dy'}{dt} \vec{e}_y' + \frac{dz'}{dt} \vec{e}_z' \right) + \left(x' \frac{d\vec{e}_x'}{dt} + y' \frac{d\vec{e}_y'}{dt} + z' \frac{d\vec{e}_z'}{dt} \right)$$

Der zweite Term ergibt sich aufgrund der zeitlichen Variation der Vektoren \vec{e}_x' , \vec{e}_y' und \vec{e}_z' vom System S aus gesehen. Da die Ortsvektoren eine gleichförmige Kreisbewegung beschreiben, gilt (vgl. Kap. 2.4)

$$\frac{d\vec{e}_{x,y,z}'}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{e}_{x,y,z}'$$

Setzt man dies in obige Gleichung ein, so erhält man:

$$\boxed{v(t) = \vec{v}' + (\vec{\omega} \times \vec{r})}$$

Hierbei bedeutet \vec{v}' die Geschwindigkeit, die ein Beobachter in seinem rotierenden System misst, während $v(t)$ die im System S gemessene Geschwindigkeit darstellt.

Man beachte den Korrekturterm: $(\vec{\omega} \times \vec{r})$

Aus ähnlichen Überlegungen erhält man den Zusammenhang zwischen den in beiden Systemen gemessenen Beschleunigungen (vgl. Demtröder)

$$\begin{aligned}\vec{a}' &= \vec{a} + 2(\vec{v}' \times \vec{\omega}) + \vec{\omega} \times (\vec{r} \times \vec{\omega}) \\ &= \vec{a} + a_c + a_{zf}\end{aligned}$$

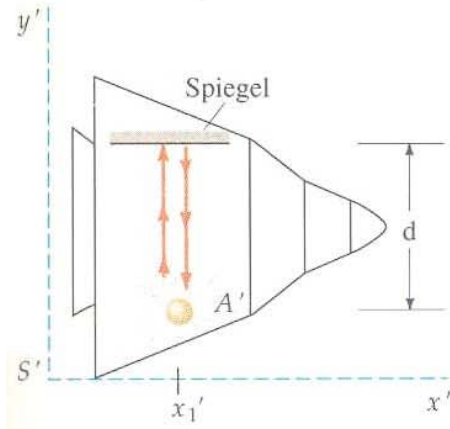
Ein Beobachter im System S misst die Beschleunigung \vec{a} .

Der Beobachter im System S' muss zur Beschreibung der gleichen Bewegung des Massenpunktes A zusätzliche Beiträge für die Beschleunigung einführen:

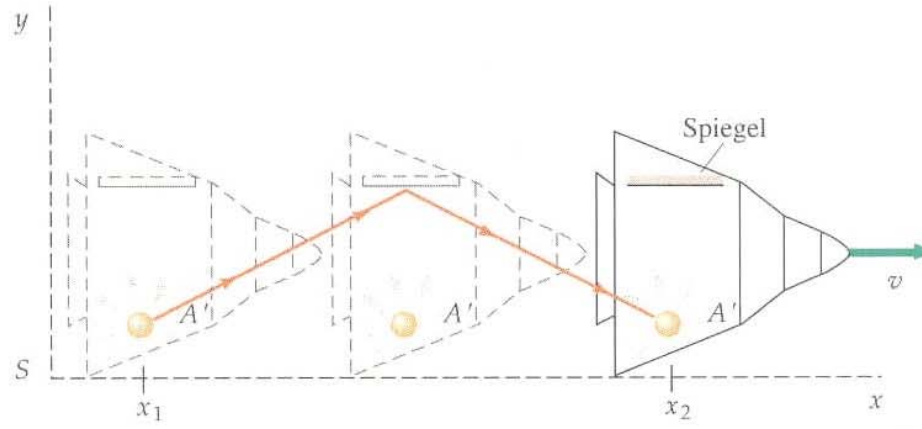
$$\begin{array}{ll}\vec{a}_c &= 2(\vec{v}' \times \vec{\omega}) && \text{Coriolisbeschleunigung} \\ \vec{a}_{zf} &= \vec{\omega} \times (\vec{r} \times \vec{\omega}) && \text{Zentrifugalbeschleunigung}\end{array}$$

a) Der Beobachter A' und der Spiegel befinden sich im Raumschiff bezogen auf das Bezugssystem S' in Ruhe. Die Zeit, die der Lichtblitz benötigt, um die Strecke zum Spiegel und wieder zurück zu durchqueren, wird vom Beobachter A' zu $2d/c$ gemessen. b) Im Bezugssystem S bewegt sich das Raumschiff mit Geschwindigkeit v nach rechts. Ist die Lichtgeschwindigkeit in beiden Bezugssystemen gleich, so ist die Laufzeit des Lichtes in S länger als $2d/c$, da die zurückgelegte Entfernung größer als $2d$ ist.

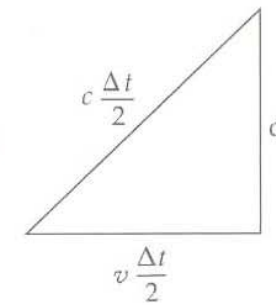
ist. c) Rechtwinkliges Dreieck zur Berechnung der Zeit Δt im Bezugssystem S .



(a)

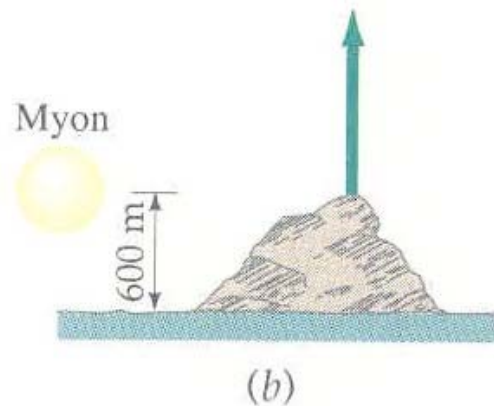
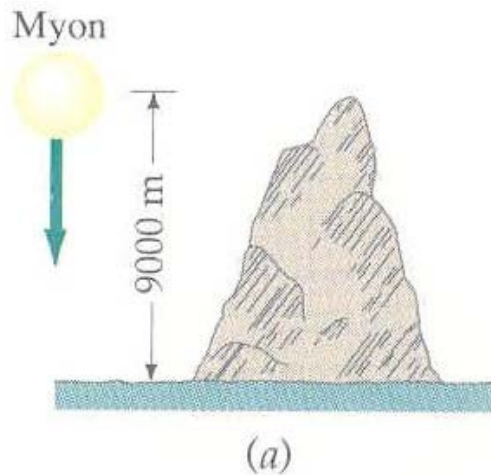


(b)



(c)

Zur Zeitmessung in verschiedenen Bezugssystemen (aus Ref. [2])



Obwohl Myonen in großer Höhe oberhalb der Erdoberfläche erzeugt werden und ihre mittlere Eigenlebensdauer (die Lebensdauer im Bezugssystem des Myons, also im Ruhesystem) nur $2 \mu\text{s}$ beträgt, erreichen viele die Erdoberfläche. a) Im Ruhesystem der Erde hat ein typisches Myon mit $v = 0,998 c$ eine mittlere Lebensdauer von $30 \mu\text{s}$ und legt in dieser Zeit 9000 m zurück. b) Im Ruhesystem des Myons beträgt die von der Erde in der Lebensdauer des Myons zurückgelegte Entfernung nur 600 m .

Zur Längenkontraktion (aus Ref. [2])