

Übungen zu Experimentalphysik V WS 2014/2015

Prof. Dr. Karl Jakobs, Dr. Karsten Köneke

Übungsblatt Nr. 12

Die Lösungen müssen bis 10:10 Uhr am Dienstag den 27.1.2015 in den Briefkasten 1 im Erdgeschoss des Gustav-Mie-Hauses eingeworfen werden!

Bitte geben sie die Übungsgruppennummer auf Ihren Lösungen an.

1. Symmetriegruppen

- a) Was ist die Symmetriegruppe eines Quadrats? Wie viele Elemente enthält sie? Konstruieren Sie die Multiplikationstabelle für diese Gruppe, d.h. die Tabelle, welche die Ergebnisse der Multiplikation zweier Gruppenelemente enthält. Ist diese Gruppe eine abelsche Gruppe? [2 Punkte]
- b) Gegeben sei ein Vektor \vec{a} in zwei Dimensionen. Nehmen Sie an, dass seine Komponenten bezüglich kartesischer Koordinaten x, y (a_x, a_y) sind. Was sind seine Komponenten (a'_x, a'_y) in einem System x', y' , welches entgegen dem Uhrzeigersinn um einen Winkel θ zum ursprünglichen System gedreht ist? Drücken Sie Ihre Antwort in Form einer 2×2 Matrix $R(\theta)$ aus:

$$\begin{pmatrix} a'_x \\ a'_y \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass R eine orthogonale Matrix ist. Was ist ihre Determinante? Die Menge aller solcher Rotationen bildet eine Gruppe. Was ist der Name dieser Gruppe? Zeigen Sie durch Multiplikation zweier solcher Matrizen, dass $R(\theta_1)R(\theta_2) = R(\theta_1 + \theta_2)$ ist. Ist dies eine abelsche Gruppe? [2 Punkte]

- c) Betrachten Sie die Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ist diese Matrix in der Gruppe $O(2)$? Ist sie in der Gruppe $SO(2)$? Was ist ihre Auswirkung auf den Vektor \vec{a} aus Aufgabenteil b)? Beschreibt diese Matrix eine mögliche Rotation der Ebene? [1 Punkt]

2. K^0 -Mischung

I Kaon Produktion

Mit einem Pion-Strahl, der auf ein stationäres Protontarget geschossen wird, sollen durch starke Wechselwirkung neutrale K-Mesonen erzeugt werden. In einem gewissen Bereich des Pion-Impulses können nur K^0 -Mesonen, jedoch keine \bar{K}^0 -Mesonen erzeugt werden. Welchen Impuls müssen die Pionen mindestens haben, um K^0 -Mesonen erzeugen zu können, und wie sieht in diesem Fall die Reaktionsgleichung aus? Ab welchem Pion-Impuls können auch \bar{K}^0 -Mesonen erzeugt werden und über welche Reaktion? [2 Punkte]

II Kaon Mischung

Zum Zeitpunkt $t = 0$ werden nun am Ort $x = 0$ $N_0 = 10000$ K^0 -Mesonen erzeugt, die sich mit einem Impuls von $p = p_x = 1$ GeV/c durch das Vakuum bewegen. Durch Prozesse zweiter Ordnung der schwachen Wechselwirkung wird aus dem reinen K^0 -Strahl für Zeiten $t > 0$ eine Mischung aus K^0 - und \bar{K}^0 -Mesonen. Im Folgenden soll die CP-Verletzung vernachlässigt werden, d.h. $|K_s^0\rangle = |K_1^0\rangle$ und $|K_L^0\rangle = |K_2^0\rangle$.

- a) Zeigen Sie, dass die Anzahl von K_S^0 -, K_L^0 -, K^0 - und \bar{K}^0 - Mesonen als Funktion der Zeit t im Kaon-Ruhesystem gegeben ist durch ($\hbar = c = 1$):

$$\begin{aligned} N_{K_S^0}(t) &= \frac{N_0}{2} e^{-\Gamma_S t} \\ N_{K_L^0}(t) &= \frac{N_0}{2} e^{-\Gamma_L t} \\ N_{K^0}(t) &= \frac{N_0}{4} [e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2 \cos(\Delta m t) e^{-\Gamma t}] \\ N_{\bar{K}^0}(t) &= \frac{N_0}{4} [e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2 \cos(\Delta m t) e^{-\Gamma t}] \end{aligned}$$

mit

$$\Delta m = |m_S - m_L| \quad , \quad \Gamma_{S,L} = \frac{1}{\tau_{S/L}} \quad , \quad \Gamma = \frac{\Gamma_S + \Gamma_L}{2}$$

Dabei ist $m_{S/L}$ die Masse und $\tau_{S/L}$ die Lebensdauer von K_S^0 - bzw. K_L^0 -Mesonen. Verwenden Sie für die Herleitung folgenden Ansatz für die zeitliche Entwicklung der quantenmechanischen Zustände von K_S^0 - bzw. K_L^0 -Mesonen

$$|K_{S/L}^0(t)\rangle = |K_{S/L}^0(t=0)\rangle \cdot e^{-i(m_{S/L} - \frac{i}{2}\Gamma_{S/L})t}.$$

[2 Punkte]

- b) Stellen Sie die Anzahl von K_S^0 -, K_L^0 -, K^0 - und \bar{K}^0 - Mesonen graphisch für das Zeitintervall von 0 bis $2 \cdot 10^{-9}$ s dar. Welcher Strecke entspricht dieser Zeitraum? Verwenden Sie $\Delta m = 5.3 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$ (Rechnung in natürlichen Einheiten). **[1 Punkt]**

III Regeneration

Nach einer Strecke von 100 cm trifft der Kaon-Strahl auf ein dünnes Target mit 10^{26} Nukleonen/cm². Der Wirkungsquerschnitt für die Absorption von Kaonen beträgt bei einem Impuls von 1 GeV/c $\sigma(K^0 N) = 20 \text{ mb}$ bzw. $\sigma(\bar{K}^0 N) = 50 \text{ mb}$. Berechnen Sie die Anzahl von K_S^0 -, K_L^0 -, K^0 - und \bar{K}^0 - Mesonen direkt vor dem Target. Welche Näherung kann man hier machen? Wie viele K_S^0 -, K_L^0 -, K^0 - und \bar{K}^0 - Mesonen erwarten Sie direkt hinter dem Absorber? **[2 Punkte]**

3. Vektormesonen

- a) Die Vektormesonen mit $J^{PC} = 1^{--}$ können in leptonische Endzustände ($\ell^+ \ell^-$) zerfallen. Zeichnen Sie das entsprechende Feynman-Diagramm und zeigen Sie, dass sich aus dem Quarkmodell die folgenden Verhältnisse für die Zerfallsraten ergeben:

$$\Gamma_\rho : \Gamma_\omega : \Gamma_\phi : \Gamma_{J/\psi} = 9 : 1 : 2 : 8$$

Beachten Sie, dass die Verhältnisse der Zerfallsraten proportional zum Quadrat der Kopplungsstärken sind und vernachlässigen Sie Beiträge der schwachen Wechselwirkung. **[2 Punkt]**

Experimentell findet man diese Vorhersage relativ gut bestätigt. Die experimentellen Messungen liefern (bei Normierung auf die ω -Zerfallsrate):

$$\Gamma_\rho : \Gamma_\omega : \Gamma_\phi : \Gamma_{J/\psi}(\text{exp}) = 9.8 \pm 0.3 : 1 : 1.8 \pm 0.4 : 7.9 \pm 0.1$$

- b) In der sogenannten November-Revolution von 1974 haben zwei unabhängige Gruppen ein neues Teilchen mit einer Masse von ca. 3,1 GeV gefunden. Die eine Gruppe, geleitet von S. Ting, nannte es J und die andere Gruppe, geleitet von B. Richter, ψ , daher der heutige Name J/ψ . Es wurde sehr schnell erkannt, dass es sich bei diesem neuen Teilchen um einen gebundenen Zustand von Charm-Anticharm-Quarks handeln

muss. Für diese Entdeckung erhielten B. Richter und S. Ting den 1976 Nobelpreis für Physik.

B. Richter hat für diese Entdeckung einen neuen Teilchenbeschleuniger verwendet, welcher Elektronen mit Positronen kollidierte. Warum hat sein Team das J/ψ gefunden, und nicht das leichtere η_c ? [1 Punkt]

- c) Zeigen Sie, dass aufgrund von Erhaltungssätzen hadronische Zerfälle der $c\bar{c}$ -Mesonen η_c und J/Ψ durch den Austausch von zwei bzw. drei Gluonen ablaufen müssen. [1 Punkt]