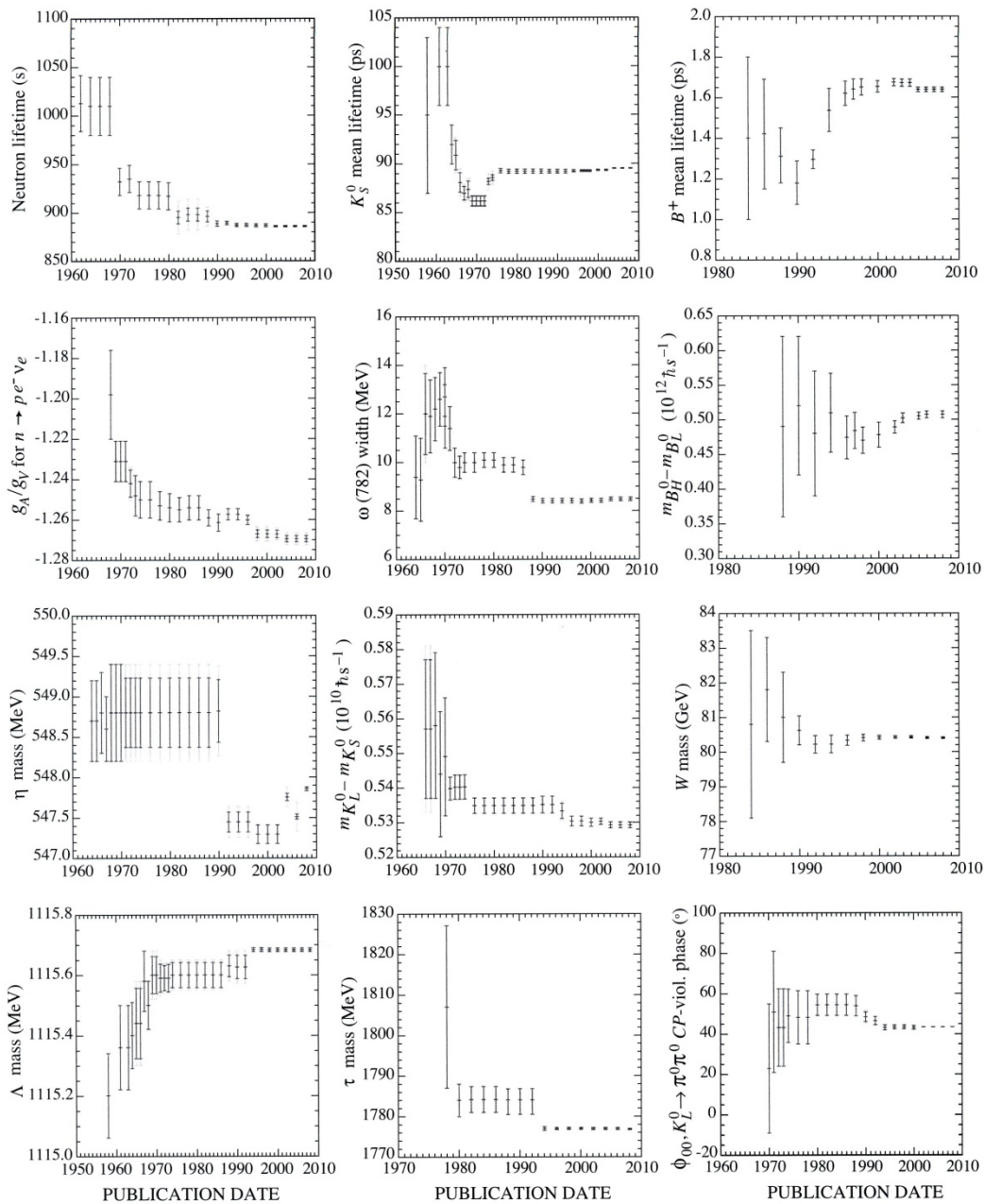


13. Berechnung von Fehlern

13.1 Fehler von Mittelwerten

13.2 Fehlerfortpflanzung



A historical perspective of values of a few particle properties tabulated in the *Review of Particle Properties* as a function of date of publication of the *Review*. A full error bar indicates the quoted error.

„Kleingedrucktes zum Thema Mitteln von Fehlern“:

Selbst wenn ein Experiment einen kleinen Fehler angibt, kann es falsch sein!

→ Wenn zwei Resultate sich offensichtlich widersprechen, macht es keinen Sinn zu mitteln!

Aber wie erkennt man, dass „ein Resultat nicht hinein passt“?

→ Delikate Angelegenheit

- Statistische Fluktuation
- Simpler Fehler? → Beginne bei den „rohen“ Verteilungen
- Wurde das Gleiche gemessen unter den gleichen Voraussetzungen?
- Vorsicht bei Algorithmen, die automatisch unwahrscheinliche Punkte weglassen!

Messpunkte sollten nur in Ausnahmefällen ausgelassen werden!

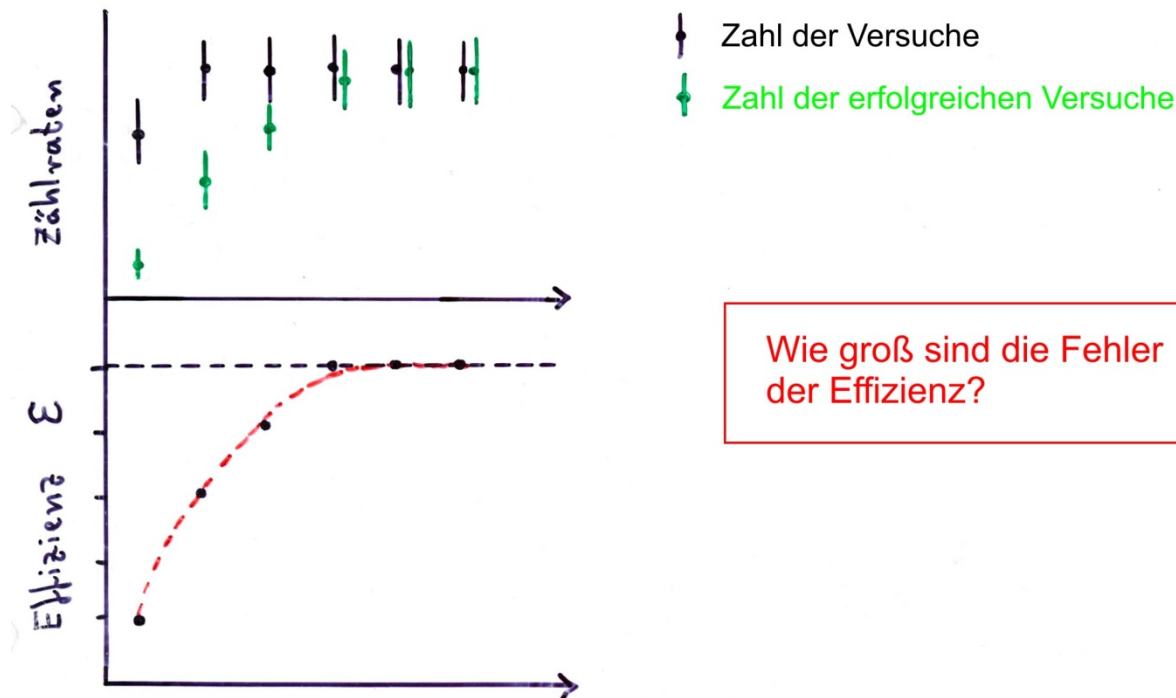
Beispiel: Fehler in der Berechnung von Effizienzen

Effizienz wird bestimmt aus Abzählung der „erfolgreichen“ Versuche m bei insgesamt n Versuchen

n Versuche
 m erfolgreich

$$\rightarrow \varepsilon = \frac{m}{n}$$

Binomialverteilung
(\rightarrow Kap. 3, Beispiel)



n festgelegt → **Binomialverteilung**

$$P(m, p, N) = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m (1-p)^{n-m} \quad p = \varepsilon = \frac{m}{n}$$

$$\sigma^2(m) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

$$\varepsilon = \frac{m}{n} \rightarrow \sigma^2(\varepsilon) = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial m} \right)^2 \cdot \sigma^2(m) = \frac{P \cdot (1-p)}{n} = \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{n}$$

$$\sigma(\varepsilon) = \sqrt{\frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{n}}$$

Systematische Fehler:

„Man gewinnt nichts, wenn man seinen Fehler wiederholt“

- Wenn z.B. ein Metermaß nur 99 cm lang ist, dann verbessert sich die Messung nicht mit $\frac{1}{\sqrt{n}}$ bei n Messungen einer zufallsverteilten Variablen

→ Der zentrale Grenzwertsatz gilt nicht
- Systematische Effekte können unabhängige Messungen in gleicher Weise beeinträchtigen

→ Messungen sind intern konsistent (aber trotzdem falsch)
- Zufällige Fehler „melden sich selbst in den Daten“ durch beobachtete Streuung
Systematische Fehler können sich „verstecken“

Systematische Fehler können mit statistischen Mitteln behandelt werden, sofern sie bekannt sind!

- Unabhängige systematische Fehler addieren sich quadratisch
- Da statistische und systematische Fehler unabhängig sind, addieren sich diese quadratisch

aber es ist sinnvoll,

Statistische und systematische Fehler getrennt anzugeben

z.B. $X = 8,5 \pm 1,2 \text{ (stat)} \pm 0,3 \text{ (syst) cm}$

- Systematischer Fehler kann bei besserer Kenntnis später verkleinert werden
- Resultate mit gemeinsamen systematischen Fehlern können gemittelt werden
- Dominiert durch statistischen oder systematischen Fehler?

Experimentellen Aufbau verbessern?

Mehr Daten nehmen?

Bemerkungen zum systematischen Fehler (nach R. Barlow)

- **Überprüfe alle Zahlen, die in das Ergebnis eingehen**
→ Effizienzen, Kalibrationen
- **Überprüfe mehrmals alle Formeln**
→ Bitte unabhängige Person um Überprüfung
- **Schätze alle systematischen Fehler ab**
→ Berechnen oder „intelligentes Raten“
- **Welche systematischen Abhängigkeiten könnten vergessen worden sein?**
→ Schau so viele Beziehungen zwischen den Daten an wie möglich
→ Traue nichts und niemandem!
- **Frage „stadtbekanntem Miesmacher und Negativseher“**
→ ... auch wenn dessen einziges Talent destruktive Kritik ist ...
- **Detektor und zeitabhängige Effekte**
→ Elektronik Probleme, Drift, Temperatur, Luftdruck...
→ Ergebnis als Funktion der Zeit ...
- **Messung in „Zyklen“**
→ Hysterese Effekt

Am Besten schon vor Beginn des Experiments!

Beispiel für „durch Wissen geleitetes Raten“

Radioaktive Quelle ^{90}Sr Halbwertszeit 28,5 Jahre

hatte Aktivität von $10 \mu\text{Ci}$ bei Kauf

→ Kaufdatum unbekannt!

Da Aktivität seit 5 Jahren als Bq angegeben wird

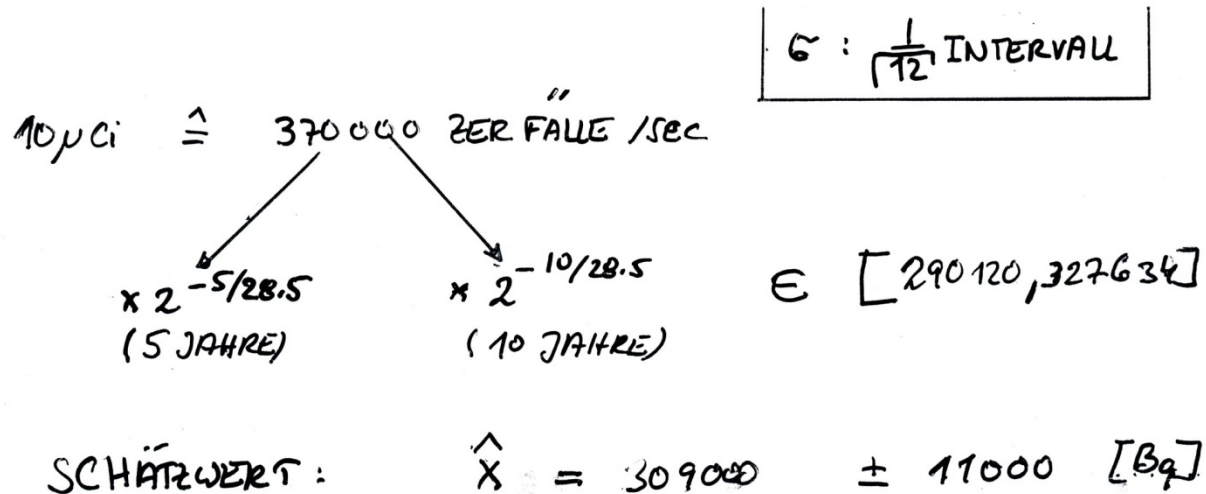
→ Präparat älter als 5 Jahre

Labor wurde vor 10 Jahren eingerichtet:

→ Präparat jünger als 10 Jahre

Mehr wissen wir nicht!

Gleichverteilte Wahrscheinlichkeit zwischen 5-10 Jahren



→ 35% Fehler!