

Übungen zu Experimentelle Methoden (der Teilchenphysik) SS 2014  
Prof. Karl Jakobs, Dr. Susanne Kühn, Daniel Büscher  
Übungsblatt Nr. 9

Die Lösungen müssen bis 12 Uhr am Montag, 7.7.2014 in Briefkasten Nr. 1  
im Erdgeschoss des Gustav-Mie-Hauses eingeworfen werden!

---

1. Mittelwert, Varianz und Kovarianz

(a) Zeigen Sie, dass

- die Summe der linearen Abweichungen einer Menge von Zahlen  $X_i$  von ihrem arithmetischen Mittelwert gleich null ist.
- die Summe der Quadrate der Abweichungen einer Menge von Zahlen  $X_i$  von einer beliebigen Zahl  $A$  nur dann minimal ist, wenn  $A = \bar{X}$

[2 Punkte]

(b) Zeigen Sie, dass für die Berechnung der Varianz bzw. Kovarianz gilt:

$$\sigma^2(x) := E\{(x - \mu)^2\} = E(x^2) - (E(x))^2 \quad (1)$$

$$\text{cov}(x, y) := E\{(x - \mu_x)(y - \mu_y)\} = E(xy) - \mu_x \mu_y \quad (2)$$

wobei  $\mu, \mu_x$  und  $\mu_y$  die entsprechenden Erwartungswerte sind. [2 Punkte]

2. Wahrscheinlichkeitsdichte

Gegeben sei eine Zufallsvariable  $x$  mit der Wahrscheinlichkeitsdichte

$$\begin{aligned} f(x) &= b & \text{für} & \quad -a \leq x < 0 \\ f(x) &= c & \text{für} & \quad 0 \leq x < a \\ f(x) &= 0 & \text{sonst.} & \end{aligned}$$

Bestimmen Sie  $c$  als Funktion von  $a$  und  $b$ , sowie den Erwartungswert  $E(x)$ , den Median  $x_{0,5}$  und die Varianz  $\sigma^2(x)$  der Verteilung. [2 Punkte]

3. Zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsdichte und Randverteilungen

Gegeben sei folgende zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsdichte:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= x + y & \text{für} & \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ f(x, y) &= 0 & \text{sonst.} & \end{aligned}$$

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass  $x$  im Intervall zwischen 0,5 und 1 und gleichzeitig  $y$  im Intervall zwischen 0,4 und 0,6 liegt? [1 Punkt]

(b) Wie lauten die Randverteilungen der Zufallsvariablen  $x$  und  $y$ ? [1 Punkt]